

THE LEF MODEL · A SERIES OF TWELVE PAPERS

Lunar Elevation & Fission

2. מנגנון LEF בעיקרון

קורטציה ותנע זוויתי

חלקים A-E · נספחים A-G · $T_0 = 5.5 \text{ h}$

זהר דוראן

חוקר עצמאי, רמלה, ישראל

ORCID <https://orcid.org/0009-0005-3194-9387>

תרגום מלא לעברית של המאמר האנגלי · 15 באוקטובר 2026

טבלת הסביבה החישובית

החישובים במאמר זה מתארים גוף-אם ארצי מוקדם, כלומר את כדור הארץ הצעיר לפני שהירח עזב אותו, בתרחיש LEF. המערכת משתנה במהלך התהליך: מסה עוברת מגוף אחד לגוף השני, והצורה והסיבוב משתנים. לכן כל מספר שלהלן שייך למצב מוגדר: המצב שלפני חלוקת המסה, מצב ייחוס חישובי שמשמש להשוואה, או המצב הסופי המצומד ברגע השחרור. ההפרדה בין המצבים מונעת שימוש בערך מרגע אחד ברגע אחר. נספח G מכיל את הסביבה המלאה, E01–E70; הטבלה כאן מציגה רק את הגדלים הדרושים למאמר 2.

לטבלה שלוש עמודות. הראשונה מציינת את הגודל, השנייה את ערכו או את הגדרתו, והשלישית את סוג המספר: הנחה של המערכת, קלט שנבחר למודל, ערך שחושב במאמר זה, או ערך שמשמש רק לבדיקת רגישות התוצאה. בעזרת העמודה השלישית הקורא יכול לראות מיד אילו מספרים מוכנסים לחישוב ואילו יוצאים ממנו.

גודל	ערך או הגדרה	מעמד
מסת גוף-האם בתחילת החשבון	ק"ג — כדור הארץ והירח יחד 6.0455×10^{24}	הנחת מערכת, ללא איבוד מסה
מסת גוף-האם לאחר ההעברה	ק"ג 5.972×10^{24}	קלט מודל
המסה המועברת	ק"ג 7.35×10^{22}	קלט מודל
זמן הסיבוב ההתחלתי	שעות 5.5	ערך ייחוס מאומץ
הרדיוס הנפחי ההתחלתי	ק"מ 6,517	קלט; כולל התפשטות מאומצת של 120 ק"מ
הרדיוס המשווני ההתחלתי	כ-6,721 ק"מ	מחושב במודל Maclaurin
הצפיפות הממוצעת ההתחלתית	כ-5,214 ק"ג/מ"ק	נגזרת מהמסה ומהנפח
המבנה ההתחלתי לצורך המאזן	הומוגני, בקירוב	הנחת ייחוס, לא מסקנה של התמיינות חלקית
המבנה הסופי בבדיקת רגישות	שתי שכבות; $0.45 = q - 0.65$, $D = 1 - 3$	תרחישים מחושבים
הקורוטציה בייחוס המקורי	15,818 ק"מ ב-5.5 שעות, עם GM של מסת כדור הארץ הסופית בקירוב חלקי-מבחן	הגדרה חישובית; לא הצבה של המסה ההתחלתית המלאה
יום כדור הארץ וקו הקורוטציה בשחרור	5.77 שעות; 16,331 ק"מ (16,399 ק"מ בפתרון שני-גופים), ליבה מתמרקזת, $D = 2$	A.4, §B.1§
שחרור מחוץ למשווה	ביחס לציר הסיבוב ברגע השחרור 25°	הנחה של בדיקת רגישות, לא קו רוחב קדום שנמדד; קו הרוחב המאומץ לשחרור הוא 22.5° (מאמר 4)
צפיפות הגוף במבחן ריש	ק"ג/מ"ק 2,600	קלט; 1,500 ו-3,340 נבדקו כרגישות
טמפרטורה, חומרים נדיפים וצמיגות מאושר	משתנים בין אזורים; אין פרופיל מספרי	לא הוחלפו בערכים של ימינו
כבידה	תלויה במסה, במרחק ובצורה בכל מצב	אין ערך כבידה יחיד לכל התהליך

טבלת הסביבה החישובית של מאמר 2.

כמה שורות דורשות מילת הסבר. מסת גוף-האם בהתחלה, 6.0455×10^{24} ק"ג, היא פשוט סכום המסות של כדור הארץ והירח של היום: לא מניחים שדבר נמלט, ולכן הירח כולו היה פעם חלק מכדור הארץ. הרדיוס ההתחלתי, 6,517 ק"מ, גדול מרדיוס כדור הארץ היום, משום שכדור ארץ צעיר וחם מורחב; ההתפשטות המאומצת היא 120 ק"מ. גוף נזלי מסתובב בולט במשווה שלו, ומודל *Maclaurin* — צורת שיווי המשקל הקלאסית של גוף נזלי מסתובב בעל צפיפות אחידה, כדור פחוס — הופך את הנפח הזה לרדיוס משווה של כ-6,721 ק"מ. *קירוב חלקיק-המבחן* מתייחס לגוף המשתחרר כאל חלקיק קטן בשדה של המסה המרכזית, כך שרק מסת כדור הארץ נכנסת לנוסחה; הערך המצומד של שני גופים (16,399 ק"מ במקום 16,331 ק"מ) מראה עד כמה הפישוט הזה קטן. בשורות של שתי השכבות מופיעים q , היחס בין רדיוס השכבה הפנימית הצפופה לרדיוס הגוף כולו, ו- D , היחס בין הצפיפות הפנימית לצפיפות החיצונית; $D = 1$ הוא גוף אחיד, ו- D גדול יותר פירושו יותר ברזל שהתרכז לכיוון המרכז. שורת 25° היא בדיקת רגישות, שנועדה לראות עד כמה התוצאה משתנה כאשר השחרור אינו מתרחש על המשווה; זה אינו הערך המאומץ, שהוא 22.5° (מאמר 4). במקומות שבהם הטבלה מציינת שלגודל אין ערך יחיד — טמפרטורה, צמיגות, כבידה — המאמר אינו שואל במקומו ערך של ימינו. חלון הבנייה של 600 מיליון שנה הוא תרחיש העבודה של הסדרה: כ-400 מיליון שנה לבליטה ולאגס, כ-100 מיליון שנה לפחיסות וכ-100 מיליון שנה עד לשחרור לפני 3.873 מיליארד שנה. מאמר 2 אינו מחשב משך זה ואינו תלוי בו.

הערה

לפני שמאגר ירחי נפרד, מסת החומר הירחי כלולה בגוף-האם. לאחר ההעברה אותה מסה משויכת לגוף השני. ההבחנה בין המסה ההתחלתית הכוללת לבין המסה שבה משתמשים בחישוב הייחוס מונעת ספירה כפולה וערבוב בין מצבים.

בפועל, משמעות הדבר היא שה- 7.35×10^{22} ק"ג של הירח נספרים פעם אחת. לפני ההעברה הם נמצאים בתוך 6.0455×10^{24} הק"ג של כדור הארץ; לאחריה הם הירח, וכדור הארץ נשאר עם 5.972×10^{24} ק"ג.

תקציר

הרעיון. כל מה שהוא חלק מכוכב לכת מסתובב, או שעדיין מחובר אליו, מסתובב איתו: הוא משלים סיבוב אחד בכל יום של כוכב הלכת. זוהי *קורוטציה* (סיבוב משותף). ככל שחומר כזה רחוק יותר מהמרכז, הוא נע מהר יותר, משום שמהירותו היא קצב הסיבוב כפול המרחק. המהירות הדרושה למסלול מעגלי חופשי מתנהגת הפוך: היא יורדת עם המרחק. במרחק אחד שתי המהירויות שוות — זהו *רדיוס הקורוטציה*, המרחק שבו גוף שמסתובב עם כדור הארץ כבר נע במהירות של מסלול חופשי. חומר שנישא אל המרחק הזה כשהוא עדיין מסתובב עם גוף-האם, ומשתחרר שם, כבר נע במהירות מסלולית; אין צורך שמשהו יזרוק אותו.

השאלה. המאמר בודק האם העברת חומר ירחי החוצה מגוף-אם ארצי, תוך שמירה על הקורוטציה, יכולה להוביל למצב שבו המהירות המסלולית ומאזן התנע הזוויתי תואמים בקירוב את מערכת כדור הארץ-ירח של היום. (תנע זוויתי הוא כמות הסיבוב שמערכת מחזיקה; תהליכים פנימיים יכולים רק להעביר אותו מחלק אחד לאחר, ורק כוחות חיצוניים, כמו הגאות של השמש, יכולים להוציא אותו מהמערכת.) ההבחנה

המרכזית היא בין המהירות הדרושה ברגע השחרור לבין היכולת המכנית ומאזן התנע הזוויתי הדרושים כדי להגיע למצב הזה. במודל של שדה מרכזי, רדיוס הקורטוציה נובע מהשוואת מהירות הסיבוב למהירות המסלולית. עבור זמן סיבוב התחלתי של 5.5 שעות ערכי הייחוס הם 15,818 ק"מ ו-5,020 מ"ש'.

המאזן. גוף-האם מתואר כספרואיד Maclaurin אחיד (צורת שיווי המשקל הפחוסה של גוף נוזלי מסתובב) עם רדיוס שקול-נפח של 6,517 ק"מ. התנע הזוויתי ההתחלתי המחושב הוא $3.466 \times 10^{34} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$, כ-0.7% מעל סכום הגדלים של רכיבי התנע הזוויתי של היום — עודף קטן, וזה בדיוק מה שהאיבוד המאוחר לגאות השמש דורש. חיבור וקטורי בזוויות שנבדקו נותן עודף של כ-1.5%–2.5%; זוהי בדיקת רגישות, לא שחזור וקטורי מלא של האבולוציה. העודף תלוי במבנה הכמעט-אחיד ובהתפשטות המאומצת.

השחרור. שני תהליכים משנים את סיבוב כדור הארץ במהלך ההעברה: האגס המתארך נושא סיבוב החוצה ומאט את כדור הארץ, והליבה המתמרכזת — ברזל ששוקע פנימה — מאיצה אותו. הם פועלים יחד; עם $D = 2$ יום כדור הארץ בשחרור הוא 5.77 שעות וקו הקורטוציה נמצא בכ-16,400 ק"מ, שם משתחרר מרכז המסה של הירח. התנע הזוויתי שנוסף לחומר הוא כ-15.6% בחישוב הבסיסי וכ-16.5% בפתרון המצומד; התנע הזוויתי המסלולי הסופי הוא כ-17.7% מהמאזן ההתחלתי בפתרון המצומד עם האגס לבדו ($D = 1$), וכ-17.0% במצב השחרור עם $D = 2$ (B.1§). אלה העברות בתוך המערכת.

התוצאה. המאמר מבסס את הפתרון הקינמטי ואת מצב הסיום המאזני של המסלול: את המהירות שמסה בקורטוציה צריכה מספק הסיבוב עצמו ברדיוס הקורטוציה, והתנע הזוויתי שההעברה דורשת זמין בגוף-האם. מה שהמסלול דורש לאחר מכן מהמנגנון — שהגוף ישתחרר מעבר לקורטוציה, שישרוד את השנים שהוא מבלה בתוך גבול רוש הנוזלי, ושהחיבור יישא את העומס עד אז — מנוסח כמערכת של תנאים מפורשים בחלק D. מאמר 3 בודק את התנאים האלה.

המבנה. חלק A מציג את הבעיות שהמסלול צריך לעמוד בהן; חלק B פותר אותן באותו סדר; חלק C מסכם; חלק D מונה טענות, מבחנים ודרישות; חלק E מסכם את המסקנות. נספחים A–G מכילים את הפיתוחים ואת הסביבה המלאה.

מה המאמר מציג

חומר הירח עזב את כדור הארץ כשהוא עדיין מסתובב איתו, והשתחרר במקום שבו המהירות שכבר הייתה לו היא המהירות שמסלול חופשי דורש. המקום הזה הוא רדיוס הקורטוציה: 15,818 ק"מ עבור גוף-אם של 5.5 שעות, 5,020 מ"ש'. ההתנגדות שסגרה את מסלול הפיצול — מאזן תנע זוויתי גדול פי ארבעה מהנדרש — הוערכה על פני גוף-האם, תחת תנאי שחרור שהמסלול הזה אינו משתמש בו כלל. כאשר מעריכים אותו ברדיוס הקורטוציה, המאזן של גוף-האם עולה על זה של המערכת של היום בכ-1%, בסימן שאיבוד הגאות לשמש דורש, והמסלול הקלאסי צריך פי 2.74 ממה שהמסלול הזה צריך.

המסלול מפרט במדויק מה הוא צריך. גוף-אם שעדיין נמצא בשלב מוקדם של התמיינות בתחילת ההעברה ($k \gtrsim 0.397$), מורחב תרמית ב-98–520 ק"מ; גוף שמשתחרר מעבר לרדיוס הקורטוציה, ולא עליו בדיוק; פנים קשיח מספיק כדי לשרוד 10^1 – 10^3 שנים בתוך גבול רוש הנוזלי; וחיבור שמסוגל לשאת את העומס עד אז. כל אחת מאלה היא דרישה מוגדרת, כל אחת מועברת למאמר שמספק אותה, וכל אחת מופיעה ב-D.3§. הדרישות של המודל, ומה שיבחן אותן, מרוכזים במאמר 11 (הדרישות).

מדוע ההתנגדות הישנה אינה חלה כאן. הפיצול הקלאסי דרש מכדור הארץ לזרוק חומר מעל פני השטח שלו עצמו. על פני גוף-אם של 5.5 שעות הסיבוב נותן כ-2,133 מ"ש', בעוד שמסלול חופשי שם דורש כ-7,701 מ"ש'.

(A.1.2§). הדרך היחידה לסגור את הפער הזה על פני השטח היא לסובב את כדור הארץ כולו מהר הרבה יותר, וסיבוב מהיר יותר פירושו יותר תנע זוויתי: בנקודה הקלאסית שבה גוף נזלי מסתובב הופך לבלתי יציב (התפצלות §A.6.5, Jacobi) גוף-האם צריך פי 2.74 מהתנע הזוויתי שיש למערכת כדור הארץ-ירח היום, וחישוב הייחוס הישן, שנעשה בנקודה אחרת של אותה סדרת צורות, נתן כפי ארבעה. למערכת אין כל כך הרבה, ובגלל זה נזנח רעיון הפיצול. מסלול LEF סוגר את הפער בדרך אחרת: לא על ידי סיבוב מהיר יותר, אלא על ידי נשיאת החומר החוצה בזמן שהוא מסתובב עם כדור הארץ. מהירותו גדלה עם המרחק באותו קצב סיבוב, עד שברדיוס הקורטציה היא שווה למהירות המסלולית. הסיבוב שכדור הארץ צריך לשם כך הוא הסיבוב שהיה לו אילו כל התנע הזוויתי של היום הוחזר אליו — כ-5.5 שעות (A.2§) — והמאזן הדרוש אז הוא פי 1.007 מזה של היום. תמונה יומיומית: ילד על קרוסלה שהולך מהמרכז אל השפה נע מהר יותר בשפה, בלי שאיש דוחף את הקרוסלה חזק יותר.

מה פירוש הדרישות. k הוא מקדם מומנט ההתמד: הוא מודד כיצד מסת הגוף מפוזרת בין המרכז לפני השטח. לכדור אחיד $k = 0.4$; לכדור הארץ של היום, עם ליבת הברזל שלו, כ-0.33. המסלול צריך $k \gtrsim 0.397$ בתחילת ההעברה, כלומר גוף-אם שעדיין נמצא בשלב מוקדם של התמיינות: כדור ארץ שמסתו פחות מרוכזת לכיוון המרכז אוגר יותר סיבוב באותו קצב סיבוב. התארגנות הליבה של כדור הארץ היא תהליך אחד רציף שמעולם לא נעצר. בתקופת הבליטה הוא היה בתחילתו; בזמן צמיחת האגס הוא נמשך; ואחרי השחרור הוא המשיך, בזמן שכדור הארץ לקח אליו בחזרה את האגס. כנראה מעולם לא הייתה תקופה אחידה לגמרי: ככל שהשלב מוקדם יותר, כדור הארץ ממין פחות. ייתכן שברזל כבר התאסף בליבה בהתחלה; התהליך נמשך. כדור הארץ הצעיר צריך גם להיות חם, ולכן גדול יותר מהיום: התפשטות בין 98 ל-520 ק"מ קבילה, ו-120 ק"מ מאומצים. הגוף צריך להשתחרר מעבר לרדיוס הקורטציה ולא בדיוק עליו: בדיוק על הקו הגאות נייטרלית ואינה דוחפת לשום כיוון, ואילו גוף שנמצא אפילו מעט מעבר לקו נדחף החוצה על ידי הגאות, כך שהוא מתרחק מההתחלה (מאמר 4); המרווח הדרוש קטן, $\Delta r \approx 2d_0$, כ-210 ק"מ (מאמר 3, §C.5a). גבול רוח הנזלי הוא המרחק שבתוכו הגאות של כדור הארץ הייתה מפרקת גוף שמוחזק יחד רק על ידי הכבידה שלו עצמו. גוף בעל חוזק פנימי שורד קרוב יותר, עד לגבול הקשיח שלו; הירח בשחרור קשיח ועגול, והפחיסות וההתעגלות שלו הושלמו קודם לכן, בזמן שעדיין היה מחובר (מאמר 7). החיבור בין שני הגופים — האגס — צריך לשאת את העומס עד השחרור. הדרישות האלה אינן מוסתרות בתוך התוצאות; הן מרוכזות ב-D.3§, ומאמר 3 בודק אותן.

מבוא — חלק A: תנאי השחרור בהקשר של המודלים הקיימים

שני סוגי ראיות נוגעים למוצא הירח: כיצד החומר שלו יכול היה להגיע למסלול (הדינמיקה של הניתוק), והאם ההרכב שלו תואם את הגוף שממנו בא. עבודתו של Darwin על גאות ושפל ועל סיבוב היא חלק מהרקע ההיסטורי לבחינת האבולוציה של מערכת כדור הארץ-ירח [6]; רעיון הפיצול שלו — שכדור ארץ מסתובב מהר השיל את הירח — הוא הצורה הקלאסית של מוצא ארצי. במאמר זה ההשוואה הכמותית לפיצול הקלאסי נעשית דרך תצורת שיווי משקל מוגדרת; אין להפוך תוצאה עבור תצורה אחת לחסם על כל מסלול אפשרי. במילים אחרות, ההראיה שמסלול פיצול מסוים אחד דורש יותר מדי תנע זוויתי אינה מראה שכל מסלול מכדור הארץ דורש זאת.

במשפחת מודלי ההתנגשות הענקית, הירח נוצר מפסולת לאחר שגוף אחר פוגע בכדור הארץ, וההרכב האיזוטופי מציב אילוצים על הערבוב בין חומר ארצי לחומר הגוף הפוגע. קיימות גרסאות שונות של המודל, והאילוצים תלויים בהרכבים ובאופן הערבוב [7]. בתרחיש LEF נבחנת בנייה ממאגר ארצי משותף: הירח עשוי מחומר של כדור הארץ עצמו, ולכן התאמה איזוטופית קרובה נובעת מכך ישירות. מקור משותף מספק בסיס להשוואת הרכב, אבל אינו מחליף את מבחן ההעברה למסלול. המבחן הזה הוא נושא המאמר.

השאלה הממוקדת של המאמר היא האם נשיאת מסה החוצה בסיבוב משותף משנה את תנאי המהירות ואת מאזן התנע הזוויתי ביחס לשחרור ישיר מפני השטח. התשובה שהמאמר נותן היא שכן: תנאי השחרור עובר מפני השטח אל רדיוס הקורוטציה, ואז גם המהירות וגם המאזן מתאימים. מנגנון הבנייה — ההזנה מבפנים והתרוממות הקליפה החיצונית כפני השטח של אותו גוף — הוא נושא מאמר 3, *LEF Mechanism in Practice* (מנגנון LEF בפועל). המאמר הנוכחי מגדיר את התנאים הפיזיקליים שהמנגנון צריך לעמוד בהם. החלוקה מכוונת: מאמר 2 שואל האם המסלול אפשרי עקרונית, בעזרת פיזיקה סטנדרטית; מאמר 3 מראה כיצד הוא מתבצע.

מבוא — חלק B: מה המאמר מציג

המאמר בנוי כסדרה של בעיות ואחריהן הפתרונות שלהן, כך שכל התנגדות נענית במקום שבו היא עולה. חלק A מציג את הבעיות שהמסלול צריך לעמוד בהן, אחת אחת: פער המהירות שהוביל לדחיית הפיצול הקלאסי, מה צריך לחשב, האגס שמחבר את כדור הארץ לקו הקורוטציה, הקיזוז בין האגס המתארך לבין הליבה המתמרכזת, הקורוטציה עצמה, מאזן התנע הזוויתי, גבול רוש וכיוון האבולוציה הגאותית. חלק B פותר אותן באותו סדר, החל מחישוב אחד. חלק C מסכם את מה שהוראה; חלק D מרכז את הטענות, המבחנים והדרישות; חלק E מנסח את המסקנות. נספחים A–G מביאים את הפיתוחים, סריקות הרגישות, חישובי רוש ואת הסביבה החישובית המלאה, כך שכל מספר בגוף המאמר ניתן למעקב ולשחזור.

מישור המשווה

כדי לשמור על בהירות העיקרון, החישוב והמאמר כולו עוסקים בשחרור הירח ממישור המשווה. מאמר 4 מראה שהירח יצא מקו רוחב אחר — 22.5° , מרכז אזור המגע — ומחשב מחדש את השחרור שם.

מישור המשווה הוא המקרה הפשוט ביותר: שם הסיבוב נושא חומר במהירות הגבוהה ביותר, ורדיוס הקורוטציה הוא מרחק יחיד. שחרור מקו רוחב גבוה יותר משנה במידת מה את המספרים אבל לא את העיקרון; גודל השינוי מוצג בבדיקת הרגישות של 25° בטבלת הסביבה, והמקרה המאומץ של 22.5° מחושב במאמר 4.

חלק A — הבעיות שלפנינו

הבעיה

כל סעיף בחלק זה מנסח תנאי אחד שגוף הבנוי מחומר של כדור הארץ עצמו חייב לעמוד בו, אם הוא אמור להגיע למסלול בשלמותו. חלק B עונה עליהם באותו סדר.

חלק זה מציג, בעיה אחר בעיה, את הפיזיקה שהמסלול המוצע חייב לעמוד בה. הוא פותח בקושי שסגר את מסלול הביקוע הקלאסי — גוף שעוזב את פני השטח של כדור הארץ המסתובב מהר אינו נע במהירות של מסלול — ואחר כך שואל, זו אחר זו, את השאלות הבאות: היכן מושגת המהירות הזאת, מה מחבר את כדור הארץ אל המקום הזה, כיצד משתנה סיבוב כדור הארץ בזמן שהחומר נע החוצה, האם התנע הזוויתי מספיק, האם הגוף שורד את הגאות של כדור הארץ, ולאיזה כיוון הוא נע לאחר מכן. כל סעיף מסתיים בגודל מוגדר, שחלק B מחשב אותו.

A.1 הבעיה: פער המהירות

A.1.1 שתי שאלות דינמיות נפרדות

תרחיש של מוצא ארצי מחייב הסבר למעבר החומר מגוף האם אל מסלול חופשי. התאמה בהרכב יכולה לתמוך במקור משותף, אך אינה קובעת כיצד הגיע החומר למסלול: שני גופים יכולים להיות עשויים מאותו חומר, ועדיין נשארת פתוחה השאלה כיצד אחד מהם הגיע להקיף את האחר. לכן מוקד המאמר הוא הדינמיקה. הסקירה ההיסטורית המקורית נבחנת כאן באמצעות השוואה בין תצורות שיווי משקל מוגדרות, ולא בטענה שכל מסלול של מוצא ארצי כפוף לאותו סף ביקוע.

יש להפריד בין שתי שאלות. השאלה הראשונה היא באילו תנאים מהירות החומר מתיישבת עם מסלול חופשי — כלומר, האם ברגע שהחומר משוחרר הוא נע הצידה מהר מספיק כדי להמשיך "ליפול סביב" כדור הארץ בלי ליפול חזרה עליו. השאלה השנייה היא האם התנע הזוויתי הזמין בתחילת התהליך מאפשר את מצב הסיום ואת ההתפתחות שאחריו. שינוי תנאי השחרור יכול לשנות את מבחן המהירות, אך מאזן התנע הזוויתי הכולל חייב עדיין להתקיים. מסלול יכול לעבור את המבחן הראשון ולהיכשל בשני, ולכן מחושבים שניהם.

תנע זוויתי ומומנט התמד. תנע זוויתי הוא כמות התנועה הסיבובית שגוף נושא. בגוף מסתובב הוא מכפלה של מהירות הסיבוב באופן שבו המסה פרוסה סביב הציר. התנע הזוויתי של הסיבוב העצמי הוא:

$$L_{\text{spin}} = I\omega.$$

כאן ω היא המהירות הזוויתית (הזווית שהגוף מסתובב בשנייה, 2π חלקי זמן המחזור), I הוא מומנט ההתמד: הסכום, על פני כל חלקי הגוף, של המסה של כל חלק כפול ריבוע מרחקו מציר הסיבוב. מומנט ההתמד מודד עד כמה רחוק מהציר יושבת המסה; מסה רחוקה מהציר נחשבת הרבה יותר ממסה קרובה אליו, משום שהמרחק נכנס בריבוע. לגוף בעל מסה M ורדיוס משווני a נוח לכתוב $I = kMa^2$, כאשר המקדם חסר-הממדים k מתאר את פיזור המסה: לגוף אחיד $k = 0.4$, ולגוף בעל ליבה צפופה k קטן יותר.

תנע זוויתי נשמר: במערכת שאין עליה כוח פיתול חיצוני (מומנט כוח), הסכום הכולל שלו אינו יכול להשתנות; הוא יכול רק לעבור מחלק אחד של המערכת לחלק אחר. במערכת כדור הארץ-ירח מומנט הכוח החיצוני המשמעותי

היחיד הוא הגאות שמעוררת השמש, והיא מסירה כ-1% לאורך כל תולדות המערכת (A.2§). השימור הזה הוא שהופך את הבעיה לניתנת לחישוב: כל מה שהירח נושא היום במסלולו היה פעם בסיבוב של גוף האם.

העברת חומר החוצה בקורטוציה — כלומר, כשהוא ממשיך להסתובב יחד עם גוף האם באותה מהירות זוויתית של גוף האם — מחייבת את גוף האם לספק לחומר הזה תנע זוויתי נוסף, משום שאותה מהירות זוויתית במרחק גדול יותר פירושה מומנט התמד גדול יותר לאותו חומר. בהיעדר מומנט כוח חיצוני, זוהי חלוקה מחדש של תנע זוויתי קיים: מה שהחומר מרוויח, הסיבוב של גוף האם מפסיד.

A.1.2 שחרור מפני השטח

תחילה נבחן את המקרה הקלאסי: חומר שמשוחרר ישירות מקו המשווה של גוף אם המסתובב מהר. במצב הייחוס זמן המחזור הוא $T_0 = 5.5$ שעות והרדיוס המשווני הוא כ-6,721 ק"מ (a_0). לכן, מאחר ש-5.5 שעות הן 19,800 שניות:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{19800} \simeq 3.17333 \times 10^{-4} \text{ rad s}^{-1}.$$

כעת יש להשוות בקו המשווה בין שתי מהירויות. הראשונה היא המהירות שהסיבוב עצמו מקנה לנקודה על פני השטח, v_{rot} : המהירות הזוויתית כפול המרחק מהציר. השנייה היא המהירות המסלול המעגלי v_{circ} : המהירות שבה גוף חופשי, באותו מרחק, היה ממשיך ליפול סביב כדור הארץ במעגל, כשהנטייה הצנטריפוגלית שלו מאזנת בדיוק את הכבידה.

$$v_{\text{rot}} = \omega_0 a_0 \simeq 2133 \text{ m s}^{-1}, \quad v_{\text{circ}} = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{a_0}} \simeq 7701 \text{ m s}^{-1}.$$

גם ביממה של 5.5 שעות בלבד, פני השטח נעים בפחות משליש מהמהירות שמסלול במקום הזה דורש. הפרש המהירויות, בעיגול של חישוב הייחוס המקורי של מאמר זה, הוא כ-5,568 מ"ש'. זהו פער המהירות.

באיזה מסלול היה נע חומר כזה אילו פשוט שוחרר? ללא מהירות רדיאלית נוספת, האנרגיה הסגולית (האנרגיה המסלולית לקילוגרם, קינטית פחות כבידתית) והציר הראשי למחצה (מחצית הציר הארוך של האליפסה המתקבלת) הם:

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{GM_{\oplus}}{r} \simeq -5.70 \times 10^7 \text{ J kg}^{-1}, \quad A_{\text{orb}} = -\frac{GM_{\oplus}}{2\varepsilon} \simeq 3495 \text{ km}.$$

האנרגיה שלילית מאוד — החומר קשור בחוזקה — והציר הראשי למחצה, 3,495 ק"מ, הוא כמחצית הרדיוס המשווני של גוף האם. נקודת השחרור היא הנקודה הרחוקה ביותר של האליפסה הזאת, ולכן כל שאר המסלול עובר עמוק בתוך גוף האם. בתנאי התחלה אלה המסלול הקפלרי חודר לגוף האם: החומר פשוט נופל בחזרה. לכן מהירות פני השטח לבדה אינה מספקת מסלול חופשי שנשאר מחוץ לגוף האם. זהו לב ההתנגדות הקלאסית לביקוע: כדי לסגור את הפער בפני השטח, גוף האם היה צריך להסתובב מהר פי כמה, וזה מחייב הרבה יותר תנע זוויתי ממה שמערכת כדור הארץ-ירח מחזיקה (A.6.5§).

המספרים ב-A.2§ משמרים את השוואת הייחוס המקורית, שבה נעשה שימוש ב- GM של מסת כדור הארץ הסופית. הם אינם חישוב של השדה המדויק של גוף האם ההתחלתי כולו. הגדרה זו מבחינה בין השוואת הייחוס המשוחזרת לבין המאזן הכולל שב-A.6§.

A.1.3 תנאי המעבר הנבחן

מסלול LEF אינו משחרר את החומר בפני השטח. בתרחיש הנבחן, החומר עולה בעודו מחובר ומקבל תנע זוויתי, כך שהוא ממשיך להסתובב יחד עם גוף האם בזמן שהוא נע החוצה. שתי המהירויות מתנהגות אז בכיוונים הפוכים. המהירות ωr גדלה עם המרחק, משום שנקודה שמסלימה סיבוב אחד ביממה עוברת מעגל גדול יותר ככל שהיא רחוקה יותר — כמו ילד שהולך החוצה על קרוסלה מסתובבת ונישא סביב מהר יותר ויותר. מהירות

המסלול $\sqrt{GM/r}$ קטנה, משום שהכבידה נחלשת עם המרחק ונדרשת פחות מהירות צידית כדי לאזן אותה. לכן הפער של §A.1.2 מצטמצם ככל שהחומר עולה, ובמרחק מסוים הוא נסגר.

המאמר מחשב את נקודת השוויון ואת מחיר המעבר בתנע זוויתי; תהליך העלייה עצמו הוא שאלה מכנית נפרדת. מאמר 3, מנגנון *LEF* בפועל, בוחן את כושר ההובלה ואת החיבור; חישוב הלחצים המפורט נמצא מחוץ לחישוב המאזן המוצג כאן. תנאי ההתחלה המסלוליים מועברים למאמר 4, המסלול.

A.2 מה צריך לחשב

לבעיה יש עכשיו צורה מוגדרת. יש לחשב חמישה גדלים: היכן הירח משתחרר, באיזו יממה של כדור הארץ, האם התנע הזוויתי מספיק, האם הגוף שורד את הגאות, והאם הוא מתרחק לאחר מכן.

מדוע 5.5 שעות. סיבוב ההתחלה אינו נבחר באופן חופשי; הוא נובע משימור התנע הזוויתי כשמריצים אותו לאחר. כל התנע הזוויתי של מערכת כדור הארץ-ירח היום, 3.44×10^{34} ק"ג-מ²/ש' — הסיבוב של כדור הארץ יחד עם מסלול הירח — מוחזר אל הסיבוב של כדור ארץ צעיר, חם ומורחב, שעדיין נמצא בשלב מוקדם של התמיינות ($k = 0.4$ כקלט החישוב). "מורחב" פירושו שכדור הארץ החם המוקדם היה גדול במעט מכדור הארץ הקר של היום; "שלב מוקדם של התמיינות" פירושו שהתארגנות הליבה רק החלה, כך שהמסה הייתה פרוסה באופן כמעט אחיד והערך האחיד $k = 0.4$ מתאר אותה היטב. הכנסת כל המאזן לסיבוב של גוף כזה נותנת את זמן המחזור:

$$T_0 = \frac{2\pi I_0}{L} \simeq 5.54 \text{ h.}$$

במילים: גוף בעל מומנט התמד I_0 הנושא תנע זוויתי L מסתובב ב- $\omega = L/I_0$, וזמן המחזור שלו הוא $2\pi/\omega$. גאוויות השמש הסירו מאז כ-1% מהתנע הזוויתי של המערכת (כ-1.35% כשעוקבים אחר הירח המתרחק; Eulenfeld & Heubeck 2023; Canup 2004). לכן זמן מחזור של 5.5 שעות נושא את התנע הזוויתי של היום ועוד את כ-1% שאבד: הוא קצר במעט מ-5.54 שעות משום שהמערכת המוקדמת החזיקה מעט יותר. שמש צעירה מסיבית יותר בכמה אחוזים מעלה את האובדן הזה ל-1%–2% בלבד.

A.2.1 מצב הייחוס

עבור $GM_\oplus \simeq 3.986 \times 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ ו- $T_0 = 5.5$ שעות, המרחק שבו מהירות הסיבוב שווה למהירות המסלול — רדיוס הקורוטציה, כלומר המרחק שבו גוף שמסתובב עם כדור הארץ כבר נע במהירות של מסלול חופשי (נגזר ב-§A.5) — והמהירות המשותפת שם הם:

$$R_{\text{sync},0} \simeq 15\,818 \text{ km}, \quad v_{\text{sync},0} \simeq 5\,020 \text{ m s}^{-1}.$$

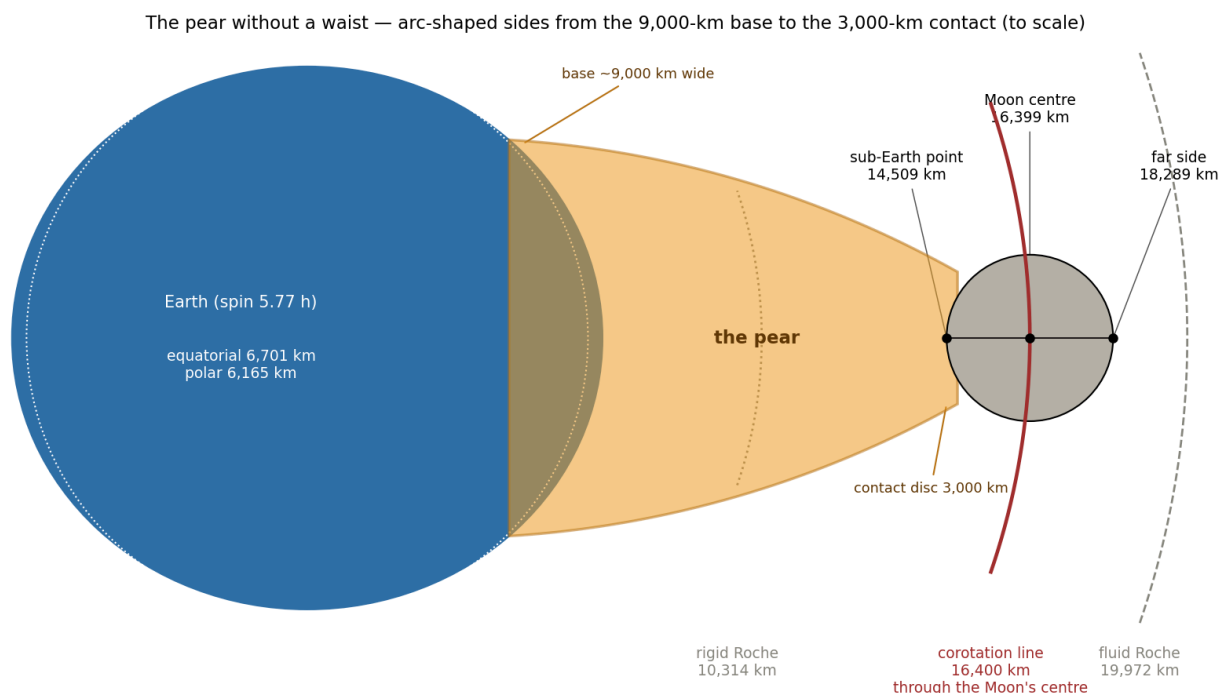
זהו המספר המרכזי של המאמר. במרחק 15,818 ק"מ, יותר מפי שניים מהרדיוס המשווני של גוף האם, גוף שמשלים סיבוב אחד כל 5.5 שעות יחד עם כדור הארץ כבר נע ב-5,020 מ"ש', שהיא בדיוק מהירות המסלול המעגלי באותו מרחק. גוף המוחזק שם בקורוטציה ואחר כך משוחרר אינו צריך שום דחיפה נוספת: הוא כבר במסלול.

המרחק נמדד ממרכז הגוף המרכזי בקירוב חלקיק-הבוחן, שבו מסת הגוף המקיף עצמו מוזנחת במשיכה הכבידתית. הצבת הרדיוס הזה בשתי נוסחאות המהירות מאשרת שהמהירויות שוות.

הגזירה היא יישום של משוואות התנועה בשדה מרכזי [8]. אם מצב התחלתי מחושב עם מסת גוף האם המלאה, יש להכניס לנוסחה את M_{tot} . הערך 15,818 ק"מ נשאר הייחוס המוגדר בטבלה; הפתרון המצומד ב-§A.4 כולל במפורש את חלוקת המסה.

A.3 האגס

רדיוס הקורוטציה נמצא הרחק מעל פני השטח, ולכן משהו חייב לשאת את החומר לשם בזמן שהוא ממשיך להסתובב עם כדור הארץ. במודל זהו האגס. החיבור הוא גבעה העולה מכדור הארץ: בסיס ברוחב של כ-9,000 ק"מ על פני השטח, דפנות היוצרות קשת אחת ללא מותניים, ודיסקת מגע ברוחב 3,000 ק"מ אצל הירח. הוא מגשר על כ-7,800 ק"מ בין פני השטח של כדור הארץ לבין הירח, ונמצא כולו בתוך קו הקורוטציה, ולכן הוא נמשך פנימה: בכל נקודה לאורך האגס הכבידה חזקה ממה שהסיבוב צריך כדי להחזיק את החומר במעגל, כך שחומר האגס עצמו מוחזק על ידי כדור הארץ ואינו עף החוצה. רק הגוף שבקצה האגס מגיע אל הקו. אורכו ומסתו הם דרישה: הירח שוחרר בשלמותו, ולכן חייב להתקיים אגס שעומד בתנאים. כיצד האגס נבנה וכיצד הוא נושא את העומס — זה נושאו של מאמר 3.



איור 1. האגס מונח על השרטוט, בקנה מידה: כדור הארץ בסיבוב של 5.77 שעות, הירח כשמרכזו על קו הקורוטציה.

איור 1 מציג את הפרופורציות בקנה מידה: בסיס האגס הרחב על כדור הארץ, הקשת האחת של דפנותיו, והירח בקצה האגס כשמרכזו על קו הקורוטציה. היממה של 5.77 שעות שבשרטוט היא היממה ברגע השחרור, המחושבת ב-A.48.

A.4 הקיזוז: שני תהליכים הפועלים יחד

לפני שאפשר לחשב את יממת כדור הארץ ברגע השחרור, יש להביא בחשבון שני תהליכים הפועלים על סיבוב כדור הארץ בו בזמן, ובכיוונים הפוכים. הדבר חשוב משום שהיממה ברגע השחרור קובעת את מקומו של קו הקורוטציה, ולכן את המקום שבו הירח משתחרר.

1. האגס מתארך. חומר נע החוצה עם הסיבוב ונושא איתו תנע זוויתי; התנע הזוויתי שיוצא מכדור הארץ מאט את סיבובו. ילד שהולך החוצה על קרוסלה מאט את הקרוסלה באותו אופן.

2. הליבה מתמרקת. מיון (דיפרנציאציה) הוא היפרדות של גוף שהיה מעורב בתחילה לשכבות לפי צפיפות: הברזל, הרכיב הצפוף ביותר, שוקע לעבר המרכז ויוצר ליבה, והחומר הקל נשאר מעליו. במודל LEF התארגנות הליבה היא תהליך אחד רציף: היא החלה לפני ההעברה, נמשכה בזמן צמיחת האגס, והמשיכה גם אחרי

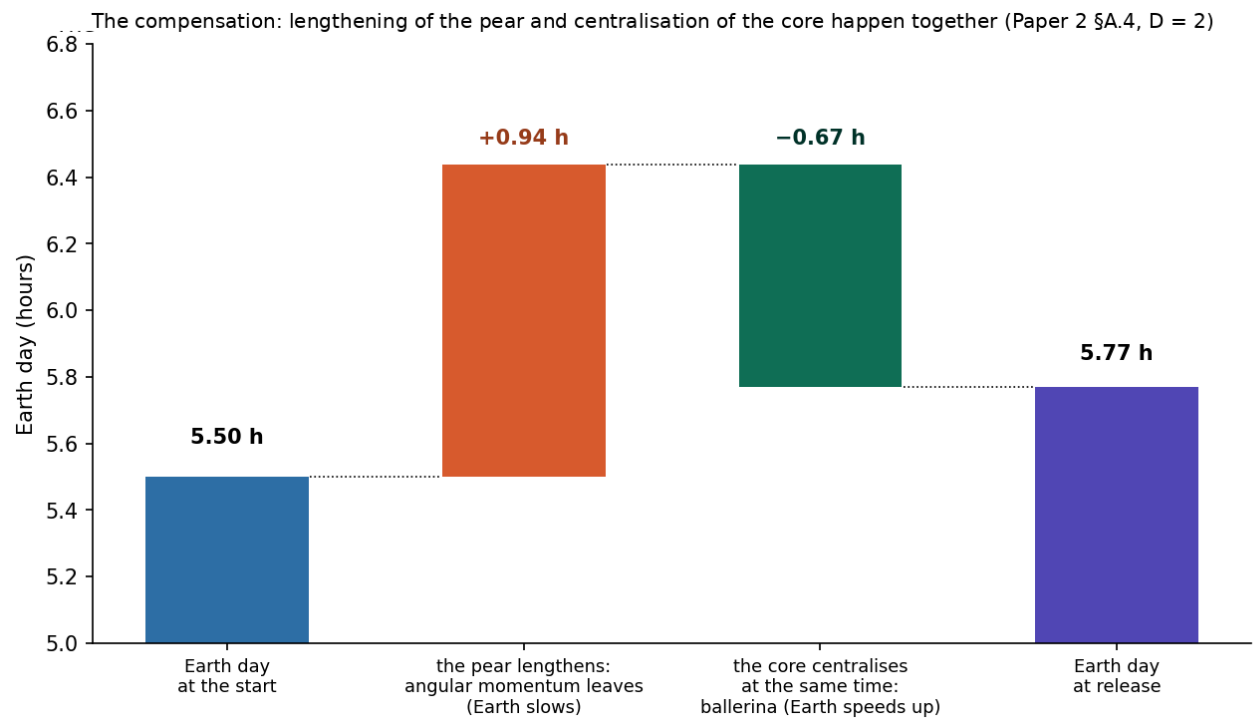
השחרור. סיבוב מהיר מאיץ את המיון: הברזל שוקע פנימה ומומנט ההתמד של כדור הארץ יורד, משום שמסה עוברת קרוב יותר לציר. עם פחות מומנט התמד ואותו תנע זוויתי, הגוף חייב להסתובב מהר יותר. כמו מחליקה שמקרבת את זרועותיה, הסיבוב מואץ.

התנע הזוויתי נשמר, ושני התהליכים מקזזים זה את זה: התוצאה היא הקיזוז ביניהם. חישוב שמביא בחשבון רק אחד מהם אינו מתאר את כדור הארץ של אותה תקופה — האגס לבדו היה נותן יממה ארוכה מדי, והליבה לבדה יממה קצרה מדי.

תהליך	השפעה על היממה	השפעה על קו הקורוטציה
1. האגס מתארך	שעות (לבדו: 5.50 ← 6.44 שעות) +0.94	החוצה (לבדו: 15,818 ← 17,569 ק"מ)
2. הליבה מתמרכזת ($D = 2$)	שעות -0.67	פנימה
שניהם יחד	שעות 5.50 ← 5.77	15,818 ← 16,331 ק"מ

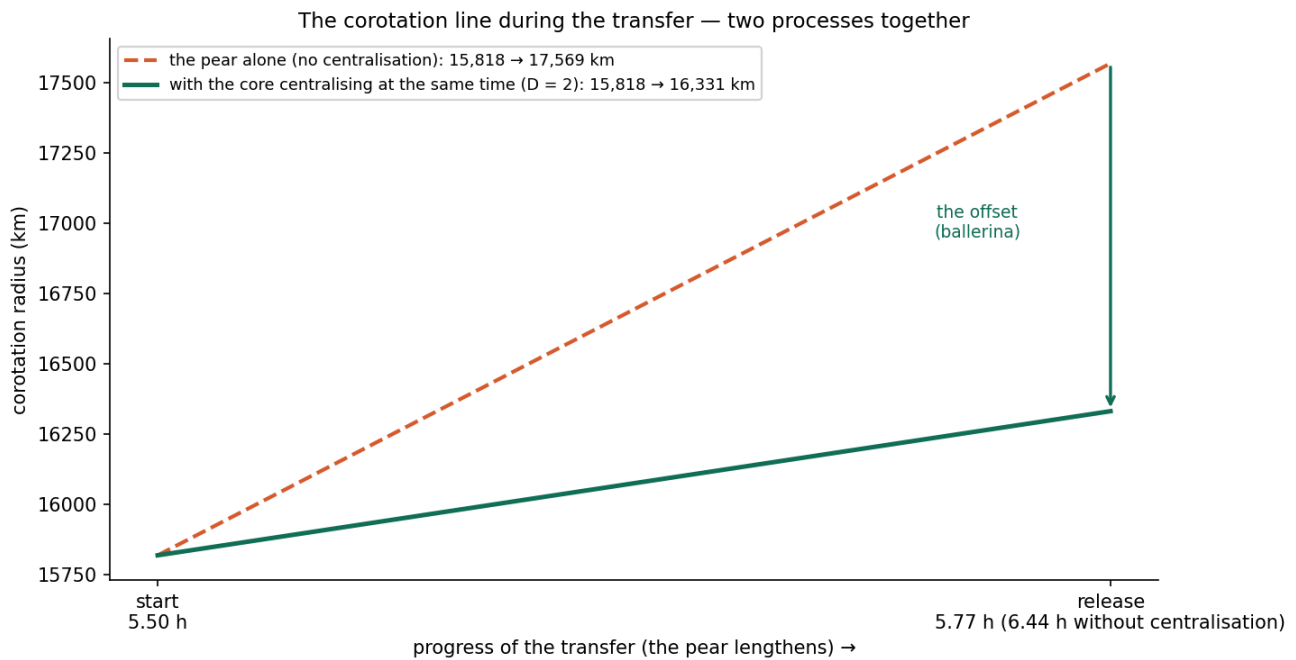
טבלה: שני התהליכים הפועלים על יממת כדור הארץ בזמן המעבר, והשפעתם על קו הקורוטציה.

הטבלה נקראת שורה אחר שורה. האגס לבדו היה מאריך את היממה ב-0.94 שעות ודוחף את קו הקורוטציה החוצה בכ-1,750 ק"מ, משום שסיבוב איטי יותר צריך מרחק גדול יותר עד שהסיבוב מספק מהירות מסלול. הליבה המתמרכזת לוקחת בחזרה 0.67 שעות. יחד, היממה מתארכת ב-0.27 שעות בלבד, מ-5.50 ל-5.77 שעות, והקו זז החוצה במידה מתונה בלבד, ל-16,331 ק"מ.



איור 2. הקיזוז: האגס המתארך מוסיף 0.94 שעות; הליבה המתמרכזת מורידה 0.67 שעות.

איור 2 מציג את אותו איזון באופן גרפי: העמודה שהאגס מוסיף והעמודה שהליבה מורידה, והתוצאה נטו ביניהן.



איור 3. קו הקורוציה במהלך המעבר: האגס לבדו, ויחד עם הליבה המתמרכזת.

איור 3 עוקב אחר קו הקורוציה ככל שהמעבר מתקדם. עם האגס לבדו קו נע בהתמדה החוצה; כשהליבה מתמרכזת באותו זמן, הוא נשאר קרוב הרבה יותר למקום ההתחלה שלו.

A.4.1 השפעת המיון על מצב הסיום

ריכוז מסה פנימה משנה את מומנט ההתמד. כדי לבדוק זאת, חושבו יחד שני גבולות השכבות, הצפיפות, הצורה והסיבוב. זוהי הרחבה של מבחן הרגישות, ולא רק החלפה של k בתוך צורה הומוגנית קבועה: גוף שעובר מיון משנה גם את הפחיסות שלו, והפחיסות בתורה משנה את מומנט ההתמד, ולכן יש לפתור את ארבעתם בבת אחת. הותר לגבולות לסטות מצורת ספרואיד; המגבלה של הנחת הספרואיד במערכות שכבתיות נידונה גם בספרות [5].

המבנה מתואר בשני מספרים. יחס הרדיוסים הנפחי q הוא רדיוס השכבה הפנימית חלקי רדיוס הגוף כולו; $q = 0.55$ מציב את הגבול מעט מעבר למחצית הדרך החוצה, בדומה לליבת כדור הארץ של היום. יחס הצפיפויות $D = \rho_{\text{inner}} / \rho_{\text{outer}}$ אומר עד כמה השכבה הפנימית צפופה מהחיצונית: $D = 1$ הוא גוף אחיד, ו- $D = 2$ שכבה פנימית צפופה פי שניים מהחיצונית. ככל ש- D גדול יותר, כך יותר מסה יושבת קרוב למרכז והמקדם k קטן יותר (עבור $q = 0.55$, $D = 2$; $k = 0.360$; B.6§). עבור יחס רדיוסים נפחי $q = 0.55$ ויחס צפיפויות D , קירוב חלקיק-הבוחן נותן:

D	זמן מחזור סופי, שעות	רדיוס הקורוציה, ק"מ
1	6.438	17,569
1.5	6.077	16,907
2	5.770	16,331
2.5	5.505	15,827
3	5.274	15,382

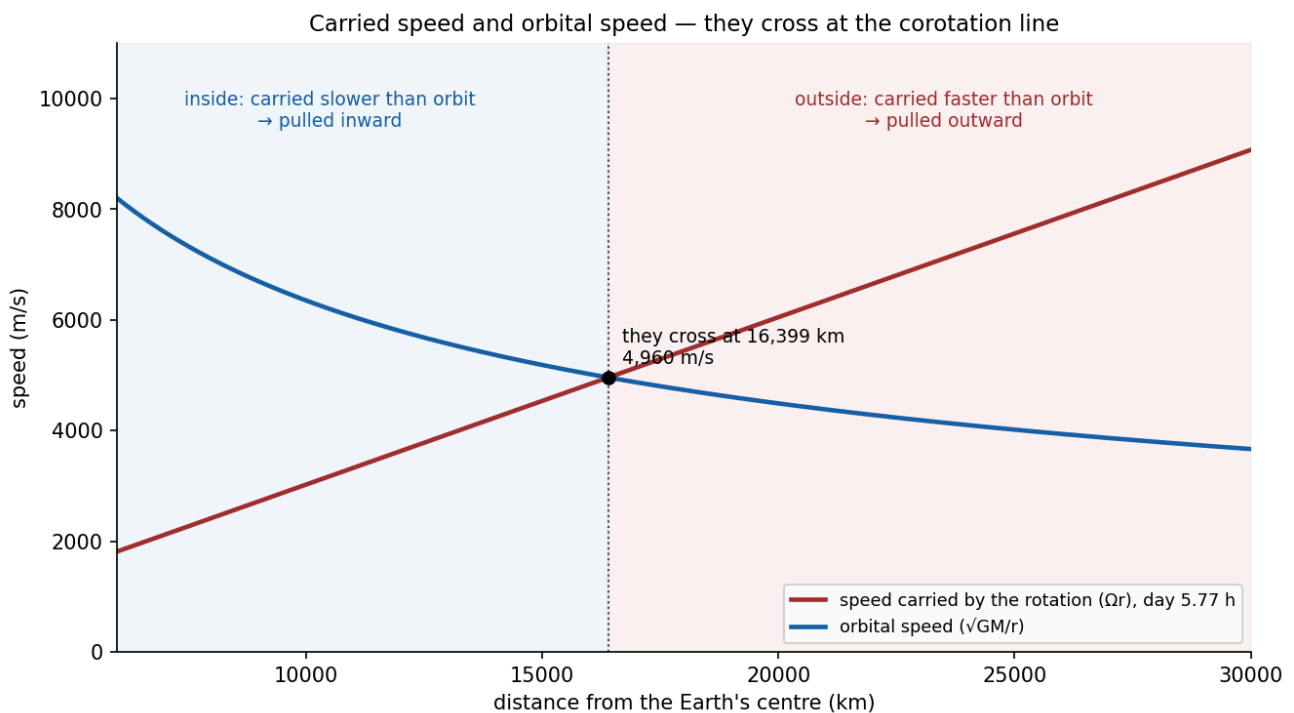
טבלה: זמן המחזור הסופי ורדיוס הקורוציה כפונקציה של יחס הצפיפויות D , עבור $q = 0.55$.

הטבלה מראה מגמה עקבית אחת: ככל ש- D עולה מ-1 ל-3, היממה הסופית מתקצרת מ-6.438 ל-5.274 שעות וקו הקורוטציה נע פנימה מ-17,569 ל-15,382 ק"מ. השורה הראשונה, $D = 1$, היא האגס הפועל לבדו (ללא התמרכזות); השורה $D = 2$ היא המצב המאומץ של §A.4. ב- $D = 2.5$ הליבה המתמרכזת מבטלת כמעט בדיוק את ההאטה שגורם האגס, והיממה חוזרת לערך קרוב לערך ההתחלתי שלה.

מיון במבנה הסופי יכול לקזז חלק מהאטת הסיבוב הנלווית למעבר. השורות הן מצבים אפשריים, ולא רצף של התפתחות בזמן. כל השורות משתמשות באותו מאזן התחלתי של גוף אם הומוגני; הן אינן מבססות שמבנה התחלתי מרוכז היה מספק את אותו מאזן. ההנחות, הסריקה המלאה ובדיקות ההתכנסות נמצאות בנספח C ובמסמך החישוב המקושר אליו.

A.5 קורוטציה

סעיף זה גוזר את רדיוס הקורוטציה שבו נעשה שימוש לאורך כל המאמר, ומציין היכן השימוש בו תקף.



איור 4. המהירות שהסיבוב נושא ומהירות המסלול ביממה של 5.77 שעות; הן נחתכות בקו הקורוטציה.

איור 4 משרטט את שתי המהירויות של §A.1.3 כפונקציה של המרחק ממרכז כדור הארץ. המהירות שהסיבוב נושא עולה בקו ישר; מהירות המסלול יורדת. בתוך נקודת החיתוך, הסיבוב נותן פחות ממה שמסלול צריך, והחומר נמשך פנימה; מחוץ לה, הסיבוב נותן יותר ממה שמסלול צריך, והחומר נוטה החוצה. נקודת החיתוך היא קו הקורוטציה.

הקורוטציה פועלת על מרכז המסה, ולא על המרכז הגיאומטרי, משום שהאיזון בין הכבידה לסיבוב חל על הגוף כשלם, והגוף כולו נע כאילו מסתו מרוכזת במרכז המסה שלו. ייתכן שכוחות הקורוטציה משכו את הירח מעט אחרי שמרכזו הגיאומטרי חצה את הקו, משום שמרכז המסה שלו מוזז מעט לעבר כדור הארץ (היום כ-2 ק"מ): המרכז הגיאומטרי מגיע אל הקו ראשון, ומרכז המסה מעט אחריו; הירח משתחרר מעט אחרי שמרכז המסה שלו חוצה את הקו, כ-210 ק"מ מעבר לו (§D.3; מאמר §C.5a, 3).

A.5.1 הגזירה

בקירוב חלקיק-הבוחן, במישור המשווה ובשדה מרכזי, המהירות שהסיבוב נושא היא המהירות הזוויתית כפול המרחק; מהירות המסלול המעגלי נובעת מהשוואת המשיכה הכבידתית לכוח הדרוש כדי להחזיק מסה m על מעגל ברדיוס R :

$$v_{\text{rot}} = \omega R, \quad \frac{GMm}{R^2} = \frac{mv_{\text{circ}}^2}{R}, \quad v_{\text{circ}} = \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

המסה m של הגוף המקיף מצטמצמת: מהירות המסלול במרחק נתון זהה לגרגר ולירח. השוואת המהירויות נותנת:

$$\omega R = \sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow \omega^2 R^3 = GM.$$

פתרון עבור R , וכתיבת $\omega = 2\pi/T$:

$$R_{\text{sync}} = \left(\frac{GM}{\omega^2} \right)^{1/3} = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$

התוצאה אומרת שרדיוס הקורוטציה תלוי רק במסת הגוף המרכזי ובזמן הסיבוב שלו, וגדל כמו זמן המחזור בחזקת שתיים-שלישיות: סיבוב איטי יותר דוחף את הקו החוצה. זו הסיבה שהאגס המתארך מזיז את הקו החוצה והליבה המתמרכזת מחזירה אותו (A.4§).

עבור מסה ומהירות זוויתית חיוביות וקבועות יש שורש חיובי יחיד. זהו יחס המסלול הסינכרוני של המכניקה המסלולית הסטנדרטית — אותו יחס שמציב לוויינים גיאוסטציונריים מעל כדור הארץ של היום; מה שחדש הוא המקום שבו הוא מוערך. ההתנגדות הקלאסית העריכה את תנאי המהירות בפני השטח של גוף האם; מסלול LEF מעריך אותו ברדיוס הקורוטציה.

A.5.2 תנאי השחרור ותחום התקפות

השוויון מתאים למסלול מעגלי משווני כאשר המהירות הרדיאלית אפס וכוחות המגע פוסקים — כלומר, כאשר הגוף נע הצידה בלבד והחיבור כבר אינו דוחף או מושך אותו. כשיש מהירות נוספת, או כשהשחרור מחוץ לקו המשווה, יש לחשב את וקטורי תנאי ההתחלה. הפירוט המסלולי שייך למאמר 4; במאמר זה נשמר רק התיקון הדרוש למאזן התנע הזוויתי, ב-A.6§ ובנספח D.

ההגעה לקורוטציה אינה מבטלת את העבודה הדרושה להרמה או להעברת התנע הזוויתי: תנאי המהירות מתקיים בקו, אך עדיין יש להעביר לחומר אנרגיה ותנע זוויתי בדרך. השדה של גוף אם פחוס, גודלו של הגוף המתפתח והכבידה של שני גופים מוסיפים גם הם תיקונים לתיאור המרכזי. הפתרון ב-A.4§ כולל תיקון מסוים של שני גופים, אך אינו פתרון מלא של שתי צורות מעוותות המחוברות זו לזו.

A.5.3 משמעות התנאי לשחרור

הפתרון המצומד ב-A.4§ מגדיר מצב סיום תקציבי: כמה תנע זוויתי נמצא בסיבוב של כדור הארץ וכמה במסלול הירח ברגע השחרור. הוא אינו קובע בעצמו את תחילת ההתרחקות ממנו. גם מהירות רדיאלית נוספת אינה תנאי מספיק להתרחקות מתמשכת, משום שהיא משנה את האקסצנטריות (עד כמה המסלול מוארך) ואת הגאוויות. מודל ההשהיה והראולוגיה (התיאור של האופן שבו החומר מתעוות וזורם תחת עומס) חייבים להיות עקביים זה עם זה [3,4]. כיוון הדחיפה הגאותית בכל צד של הקו מוצג ב-A.8§.

A.5.4 הגבול בין מאמר 2 למאמר 4

מאמר 2 קובע את המסה, הסיבוב והמאזן שיועברו למבחן המסלולי. מאמר 4 עוסק באלמנטים המסלוליים, בנטייה ובהתפתחות שאחרי השחרור. אין כאן זמן התרחקות מחושב, ואין איסור כללי על מסלול חופשי בתוך

רדיוס הקורטוציה. בתרחיש המחובר, משוואות הגוף החופשי מוחלפות במשוואות של המצב המחובר במקום שבו משוואות הגוף החופשי מפסיקות לחול: כל עוד הירח עדיין מחובר דרך האגס, הוא מוחזק על ידי החיבור ואינו גוף חופשי.

A.6 מאזן התנע הזוויתי

בעיית המהירות נפתרת ברדיוס הקורטוציה. נשאר השאלה השנייה של A.1.1: האם גוף האם מחזיק מספיק תנע זוויתי כדי להציב את הירח שם ועדיין להתאים למערכת שאנו רואים היום? סעיף זה בונה את המאזן צעד אחר צעד: התנע הזוויתי ההתחלתי של גוף האם, מחיר הוצאת החומר החוצה, ההשוואה למערכת של היום, הרגישות לזמן המחזור, להתפשטות ולמבנה, וההשוואה למסלול הביקוע הקלאסי.

A.6.1 גוף האם והמאזן ההתחלתי

מסת גוף האם ההתחלתית היא $M_{\text{tot}} = M_{\oplus} + m$. החומר שיועבר מאוחר יותר עדיין כלול במומנט ההתמד שלו. גוף האם מתואר כספרואיד מקלורן (Maclaurin): צורת שיווי המשקל של גוף נוזלי אחיד בסיבוב יציב, פחוס בקטבים ובולט בקו המשווה, סימטרי סביב צירו. ככל שהוא מסתובב מהר יותר, כך הוא פחוס יותר. במודל מקלורן ההומוגני, תחת הנחות הטבלה, מתקבל [1]:

$$I_0 = \frac{2}{5} M_{\text{tot}} a_0^2 \simeq 1.092 \times 10^{38} \text{ kg m}^2,$$

$$L_0 = I_0 \omega_0 \simeq 3.466 \times 10^{34} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}.$$

השורה הראשונה היא מומנט ההתמד של ספרואיד אחיד ($k = 2/5$) ברדיוס משווני של 6,721 ק"מ; השנייה מכפילה אותו במהירות הזוויתית של יממה בת 5.5 שעות. התוצאה, 3.466×10^{34} , היא כל מאזן התנע הזוויתי שהמסלול יכול לעבוד איתו. משוואת הצורה וההצבה המלאה שמורות בנספח B. האחידות היא הנחת הייחוס; שינוי מבנה נבדק להלן.

A.6.2 מחיר המעבר בחישוב הבסיס

לפני המעבר, חומר הירח הוא חלק מגוף האם ומסתובב איתו, ונושא את חלקו בתנע הזוויתי של גוף האם. עבור חומר המייצג את פיזור המסה האחיד, המרחק הריבועי הממוצע שלו מהציר זהה לזה של גוף האם, וחלקו הוא:

$$L_{0,\text{mat}} = m \omega_0 \langle r_{\perp}^2 \rangle = \frac{2}{5} m \omega_0 a_0^2 \simeq 4.21 \times 10^{32} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}.$$

כאן $\langle r_{\perp}^2 \rangle$ הוא הממוצע, על פני החומר, של ריבוע המרחק מציר הסיבוב. כשאותה מסה יושבת ברדיוס הקורטוציה ועדיין מסתובבת עם גוף האם, התנע הזוויתי שלה הוא:

$$L_{\text{orb},0} = m \omega_0 R_{\text{sync},0}^2 \simeq 5.83 \times 10^{33} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1},$$

בערך פי ארבעה-עשר, משום שהמרחק מהציר גדל ונכנס בריבוע. ההפרש בין השניים חייב להיות מסופק מהסיבוב של גוף האם. כחלק מהמאזן כולו:

$$\frac{L_{\text{orb},0} - L_{0,\text{mat}}}{L_{\text{initial}}} \simeq 15.6\%.$$

כשישית מהתנע הזוויתי של גוף האם נמסרת לחומר במהלך המעבר. זו המידה שבה האגס מאט את הסיבוב של גוף האם (A.4§) לפני שמביאים בחשבון את הליבה המתמרכזת.

בחישוב הבסיס, מקור משווני בפני השטח נותן כ-13.8%; מדגם מייצג של אזור פנימי דומה במחצית הרדיוס המקורי נותן כ-16.5%. למקור יש משמעות משום שחומר שמתחיל רחוק מהציר כבר נושא יותר תנע זוויתי וצריך פחות תוספת. מקור פנימי מסוים מחייב מרחק ריבועי ממוצע משלו. אין להבין את המילה "פנימי" כאילו הממוצע הגלובלי חל בהכרח.

A.6.3 השוואה למערכת של היום

כעת יש להשוות את מאזן גוף האם למה שמערכת כדור הארץ-ירח מחזיקה היום. הסכום של היום מורכב משני חלקים: הסיבוב של כדור הארץ ומסלול הירח. קבועי הייחוס המועתקים מהמקור נותנים:

$$L_{\text{spin}} = I_{\oplus} \omega_{\oplus} \simeq 5.86 \times 10^{33},$$

$$L_{\text{orbit}} = \mu_{\text{red}} \sqrt{GM_{\text{tot}} a_m (1 - e_m^2)} \simeq 2.855 \times 10^{34} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1},$$

כאשר $a_m = 3.844 \times 10^8$ מ' ו- $e_m = 0.0549$. הנוסחה השנייה היא התנע הזוויתי המסלולי של שני גופים המקיפים את מרכזם המשותף: $\mu_{\text{red}} = M_{\oplus} m / (M_{\oplus} + m)$ היא המסה המצומצמת, a_m הציר הראשי למחצה של מסלול הירח ו- e_m האקסצנטריות שלו. סכום הגדלים הוא כ- 3.441×10^{34} , מתוכם כ-83% מסלולי: רוב התנע הזוויתי של המערכת נמצא היום במסלול הירח, ולא בסיבוב של כדור הארץ. העודף של מאזן גוף האם ביחס לסכום הגדלים הוא כ-0.7%. גוף האם החזיק מעט יותר ממה שהמערכת מחזיקה היום, וזה הסימן הנדרש בגלל האובדן הקטן לגאוויות השמש (A.2§).

התנע הזוויתי של הסיבוב והתנע הזוויתי המסלולי הם וקטורים, והם אינם מצביעים לאותו כיוון: ציר כדור הארץ נטוי ביחס למישור מסלול הירח. אם הזווית בין הווקטורים היא θ , הגודל הכולל הוא:

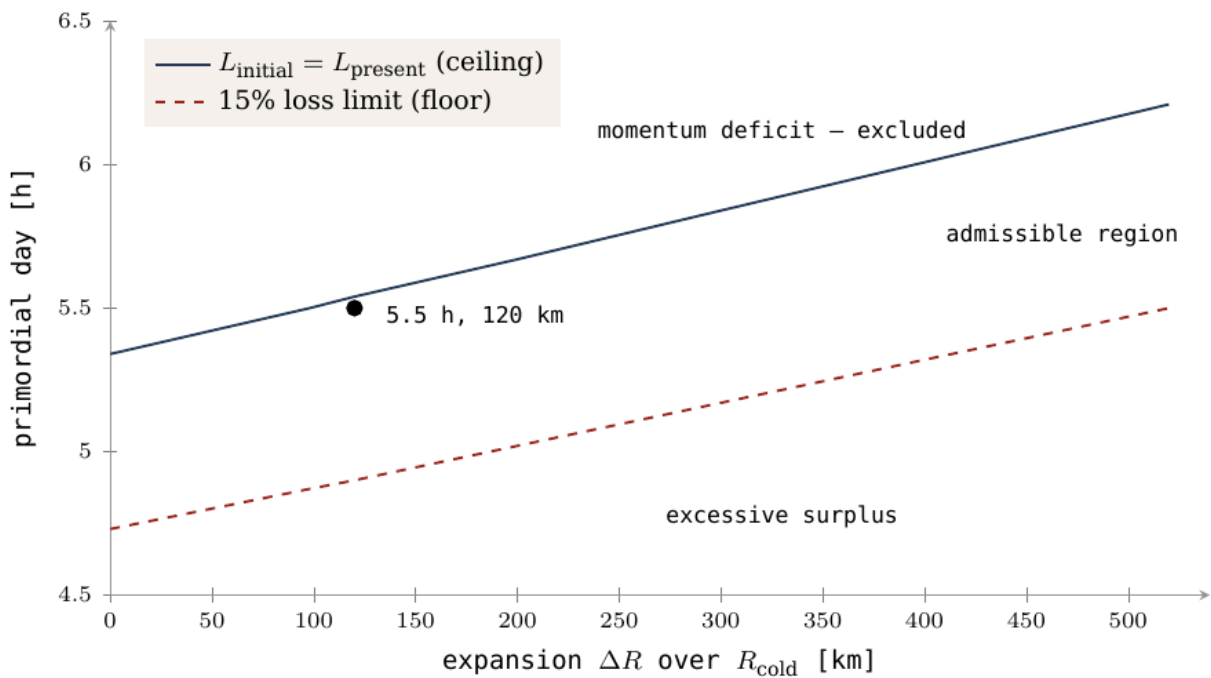
$$L_{\text{vec}} = \sqrt{L_s^2 + L_o^2 + 2L_s L_o \cos \theta}.$$

חיבור שני חצים בזווית נותן סכום קצר יותר מאשר הנחתם זה אחר זה בקו ישר, ולכן הסכום הווקטורי קטן מהסכום הסקלרי, והעודף של גוף האם מעליו גדול יותר. עבור זוויות הבדיקה 18.3° , 23.4° ו- 28.6° מתקבלים עודפים של כ-1.46%, 1.92% ו-2.51%. הזוויות משמשות מבחן רגישות; לא נבחרה כאן תקופה תצפיתית ולא חושבה היסטוריה וקטורית מלאה. הסיבוב של הירח היום קטן מאוד, אך הסיבוב המוקדם שלו היה גדול יותר, ויש להפריד בין השניים.

העודף תלוי במידת האחידות של גוף האם. בצורה קבועה, שינוי k נותן סף של כ-0.397 ביחס לסכום הסקלרי וכ-0.390–0.394 ביחס לטווח הווקטורי: כאשר k נמוך מערך זה, מאזן גוף האם היה נופל מזה של היום. לכדור הארץ הממוין של היום k של כ-0.33, הרבה מתחת לסף, ולכן המסלול מחייב שגוף האם היה עדיין בשלב מוקדם של התמיינות כשהמעבר התחיל; דרישה זו מופיעה ב-D.3§. זהו תנאי רגישות, ולא משפחת פתרונות מקלורן שכבתית. העודף החיובי פירושו שהמבחן הזה אינו מוצא גירעון בתנע זוויתי, אך התאמת קצב האובדן לשמש מחייבת חישוב נוסף.

A.6.4 רגישות לזמן המחזור ולהתפשטות

יממה התחלתית קצרה יותר פירושה יותר תנע זוויתי; לגוף אם גדול יותר (מורחב יותר) יש מומנט התמד גדול יותר, והוא מחזיק את אותו תנע זוויתי ביממה ארוכה יותר. לכן זמן המחזור ההתחלתי המותר תלוי בהתפשטות המאומצת. במודל הייחוס, החלון 4.90–5.54 שעות מתייחס לזמן המחזור ההתחלתי ולתנאי המאזן והאובדן המאומצים: ב-5.54 שעות גוף האם מחזיק בדיוק את התנע הזוויתי של היום, וב-4.90 שעות הוא מחזיק כ-15% יותר — הגבול המאומץ לאובדן כלפי חוץ. אין להחיל את התקרה שלו על זמן המחזור הסופי שאחרי העברת התנע הזוויתי, שהוא ארוך יותר מעצם התכנון (A.4§). נספח B שומר את טבלת הרגישות המקורית, עם ההבחנה בין התפשטות מאומצת לבין חישוב תרמי שטרם בוצע.



איור 5. תחום הפרמטרים המותר. הקו הרציף מסמן $L_{\text{initial}} = L_{\text{present}}$ (הטבלה שבנספח B); מעליו המאזן הקדום נמוך מהמאזן של היום. הקו המקווקו מסמן את גבול האובדן החיצוני המאומץ, 15%. הנקודה היא ערך הייחוס. (בשרטוט: ציר אופקי — התפשטות ΔR מעל R_{cold} בק"מ; ציר אנכי — היממה הקדומה בשעות; הקו הרציף — תקרה; הקו המקווקו — רצפה, גבול אובדן של 15%; הנקודה — 5.5 שעות, 120 ק"מ; מעל התקרה — גירעון בתנע, נשלל; מתחת לרצפה — עודף מופרז; ביניהם — התחום המותר.)

את איור 5 קוראים כמפה של מצבי התחלה מותרים. הציר האופקי מראה בכמה גוף האם החם היה מורחב מעבר לרדיוס הקר שלו; הציר האנכי הוא היממה שלו. מצב התחלה מעל הקו הרציף מחזיק פחות תנע זוויתי מהמערכת של היום, ולכן נשלל; מצב מתחת לקו המקווקו מחזיק יותר מ-15% תוספת, יותר ממה שהאובדן החיצוני יכול להסיר. הרצועה שביניהם מותרת, והיא עולה ימינה משום שגוף אם גדול יותר מחזיק את אותו תנע זוויתי ביממה ארוכה יותר. מצב הייחוס, 5.5 שעות עם התפשטות של 120 ק"מ, נמצא בתוך הרצועה, מעט מתחת לתקרה.

A.6.5 השוואה בין צורות שיווי משקל

כעת אפשר למקם במדויק את ההתנגדות הקלאסית לביקוע. במסלול הקלאסי כדור הארץ כולו חייב להסתובב כל כך מהר שהוא נעשה בלתי יציב ומתחלק. נזל אחיד מסתובב עובר רצף ידוע של צורות ככל שהתנע הזוויתי שלו גדל. בתחילה הוא ספרואיד מקלורן (A.6.1§), פחוס אך עגול בקו המשווה. בפחיסות מוגדרת מסתעפת משפחה שנייה: האליפסואידים של יעקובי (Jacobi), שקו המשווה שלהם כבר אינו מעגל אלא אליפסה, כך שהגוף מתארך כמו כדור רגובי המסתובב סביב ציר קצר. בהמשך רצף יעקובי מגיעה צורה דמוית אגס, שממנה ציפו שהביקוע הקלאסי יתרחש. כל אחת מהנקודות האלה מחייבת סיבוב מוגדר ותנע זוויתי מוגדר.

בנקודת ההסתעפות הקלאסית ממקלורן ליעקובי, עם $e \approx 0.81267$ ו- $\omega^2 / (\pi G \rho) \approx 0.37423$, מתקבלים עבור המסה והנפח המאומצים $T \approx 2.73$ שעות, $a \approx 7802$ ק"מ ותנע זוויתי של כ- 9.42×10^{34} , יחס של כ-2.74 לסכום של היום [1]. כאן e היא האקסצנטריות של חתך המרידיאן (אפס לכדור, ומתקרבת לאחד לגוף פחוס מאוד), ו- $\omega^2 / (\pi G \rho)$ מודד את הסיבוב ביחס לכבידה העצמית של הגוף. במילים פשוטות: רק כדי להגיע לצעד הראשון של המסלול הקלאסי, כדור הארץ היה צריך יממה של פחות משלוש שעות וכמעט פי שלושה מהתנע הזוויתי שמערכת כדור הארץ-ירח מחזיקה.

זוהי השוואה לתצורה מוגדרת על המסלול הקלאסי הזה. הערך 4.08 של חישוב הייחוס המקורי מתייחס לנקודה אחרת על רצף מקלורן – נקודת ה- Ω המרבית, ולא הסתעפות יעקובי – ואינו מוצג כחסם אוניברסלי. ממנה נובעת הטענה המוכרת שביקוע צריך בערך פי ארבעה יותר מדי תנע זוויתי. הערך 3.5 לנקודה דמוית האגס אינו מאומץ, משום שאימות הטבלה טרם הושלם.

הסיבה להבדל היא המקום שבו מוערך תנאי המהירות. המסלול הקלאסי דורש שפני השטח של גוף האם יגיעו למהירות מסלול (A.1.2§); זה דוחף את גוף האם לעבר התפרקות, והתפרקות עולה פי כמה מהתנע הזוויתי הזמין. מסלול LEF אינו משתמש בתנאי הזה כלל: החומר נישא החוצה בקורוציה, והתאמת המהירות נעשית ברדיוס הקורוציה (A.5§), שבו גוף אם המסתובב פעם ב-5.5 שעות כבר מספק מהירות מסלול. כשהדרישה מוערכת שם, היא יורדת למאזן שגוף האם באמת מחזיק. ההשוואה היא בין שני מסלולים לאותו תוצר: הקלאסי צריך פי 2.74 מהמאזן של היום; זה צריך פי 1.007.

A.6.6 התיקון הווקטורי לשחרור מחוץ לקו המשווה

עד כאן הונח שהחומר עוזב במישור המשווה. מחוץ לקו המשווה יש לסכום את וקטור הסיבוב ואת התנע הזוויתי המסלולי באותה מערכת ייחוס, משום שמסלול של גוף המשוחרר בקו רוחב מסוים נטוי ביחס לסיבוב. יהי $S = I\omega$ התנע הזוויתי של הסיבוב ו- $H = \mu_{\text{red}} \omega r^2 \cos \lambda$ התנע הזוויתי המסלולי של הגוף המשוחרר, כאשר λ היא זווית השחרור ממישור המשווה. עבור הגיאומטריה המוגדרת בנספח D:

$$L_0^2 = S^2 + H^2 + 2SH \cos \lambda.$$

זהו אותו כלל לחיבור שני חצים בזווית כמו ב-A.6.3§: המאזן ההתחלתי חייב להיות שווה לסכום הווקטורי של הסיבוב ושל המסלול הנטוי.

בדוגמה $\lambda = 25^\circ$ ביחס לציר הסופי ובמבנה הומוגני, החישוב המצומד של שתי מסות נותן זמן מחזור סופי של 6.220 שעות, מרחק ייחוס של כ-17,240 ק"מ ותנע זוויתי מסלולי של כ-15.83% מהמאזן. ערך ה- 25° הוא מבחן רגישות לשאלה עד כמה שחרור מחוץ לקו המשווה משנה את המאזן; קו רוחב השחרור המאומץ, מרכז אזור המגע, הוא 22.5° (מאמר 4). זהו תיקון רגישות למאזן, ולא ערך ייחוס חדש שאומץ. גזירת הנטייה והאקסצנטריות, הפריגיאום וההתפתחות שאחרי השחרור מועברות למאמר 4.

A.6.7 תנאי ההכרעה התקציבי

המבחן דורש מצב התחלה, מצב סיום והעברה חיצונית עקביים:

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{L}_f + \Delta \mathbf{L}_{\text{external}}.$$

המשוואה היא שימור התנע הזוויתי הכתוב כחשבון: מה שהמערכת התחילה איתו שווה למה שהיא מחזיקה עכשיו ועוד מה שהוסר מבחון (במערכת כדור הארץ-ירח, בעיקר על ידי גאות השמש). סגירת המאזן המספרי מוכיחה עקביות בין המצבים המוגדרים. אי-מצאת התאמה בתוך הטווחים הנתמכים של המבנה וההעברות החיצוניות הייתה שוללת את התרחיש התקציבי הזה. התאמה אינה מבססת כיצד הגוף מגיע מכנית למצב הסיום; זה נושאו של מאמר 3.

המאזן עומד אפוא כך: גוף האם בן 5.5 השעות מחזיק מעט יותר תנע זוויתי מהמערכת של היום, המעבר עולה כשישית ממנו, והמסלול הקלאסי היה צריך פי 2.74.

A.7 גבול רוש

גוף שמגיע לרדיוס הקורוציה חייב גם להחזיק את עצמו שם בשלמותו. קרוב לגוף אם מסיבי, הכבידה של גוף האם מושכת חזק יותר את הצד הקרוב של הגוף מאשר את הצד הרחוק; ההפרש הזה, הכוח הגאותי, נוטה למתוח את הגוף לפירוק. גבול רוש הוא המרחק שבתוכו המתיחה הזאת עולה על הכבידה העצמית של הגוף המחזיק אותו יחד. גוף המוחזק רק על ידי הכבידה העצמית שלו אינו יכול להישאר שלם בתוכו.

A.7.1 שני גבולות ייחוס

עבור צפיפות ρ_s של 2,600 ק"ג/מ"ק ומסת גוף האם אחרי הניתוק:

$$d_{\text{fluid}} = 2.44 \left(\frac{3M_{\oplus}}{4\pi\rho_s} \right)^{1/3} \simeq 19\,971 \text{ km},$$

$$d_{\text{rigid}} = 1.26 \left(\frac{3M_{\oplus}}{4\pi\rho_s} \right)^{1/3} \simeq 10\,314 \text{ km}.$$

(גרסה קודמת נתנה 10,313 ק"מ; שני הערכים זהים בגבולות העיגול, והסדרה משתמשת ב-10,314 ק"מ. באיורים 1, 6, 8 ו-9 הגבול הנוזלי מודפס כ-19,972 ק"מ, אותו ערך בגבולות העיגול.) הביטוי שבסוגריים הוא הרדיוס שהיה לכדור בעל מסת כדור הארץ אילו הייתה לו צפיפות הלוויין; הגבול הוא כפולה קבועה שלו. שתי הנוסחאות נבדלות רק בכפולה הזאת, והסיבה פיזיקלית. הקירוב הנוזלי עוסק בגוף מתעוות: כשהוא נמתח הוא מתארך לעבר גוף האם, קצותיו הקרוב והרחוק מתרחקים זה מזה, ההפרש הגאותי לאורכו גדל, והוא נכנע מוקדם יותר — ולכן הגבול הנוזלי רחוק יותר. הקירוב המכונה קשיח מזניח את שינוי הצורה: הגוף שומר על צורתו העגולה, ההפרש הגאותי לאורכו נשאר קטן יותר, והוא שורד קרוב יותר. אין בו עובי קרום או חוזק חומר [1]; זהו גוף המוחזק על ידי הכבידה העצמית שלו בלבד, שפשוט אינו משנה את צורתו. רדיוס הבסיס ושני הרדיוסים המצומדים נמצאים בין שני הגבולות האלה: בתוך הגבול הנוזלי ומחוץ לגבול הקשיח. לכן נוכחות קרום לבדה אינה מבססת שרידות; השרידות תלויה בשאלה אם הגוף מתנהג כקשיח בסקלת הזמן שהוא שווה שם.

גבולות רוש נעים פנימה ככל שצפיפות הגוף עולה, משום שגוף צפוף יותר מחזיק את עצמו בחוזקה רבה יותר. צפיפות של כ-4,700 ק"ג למטר מעוקב הייתה מזיזה את הגבול הנוזלי למרחק השחרור של כ-16,400 ק"מ; לגוף הקשיח ברגע השחרור חל הגבול הקשיח (B.7S). זוהי דרישה המחושבת בקירוב רוש, ולא ראייה שהגוף הגיע לצפיפות הזאת או פתרון לכל דרישות היציבות.

A.7.2 מה מלמדת השוואת התאוצות

ההשוואה הבסיסית היא בין מפל הכבידה של גוף האם לבין הכבידה העצמית:

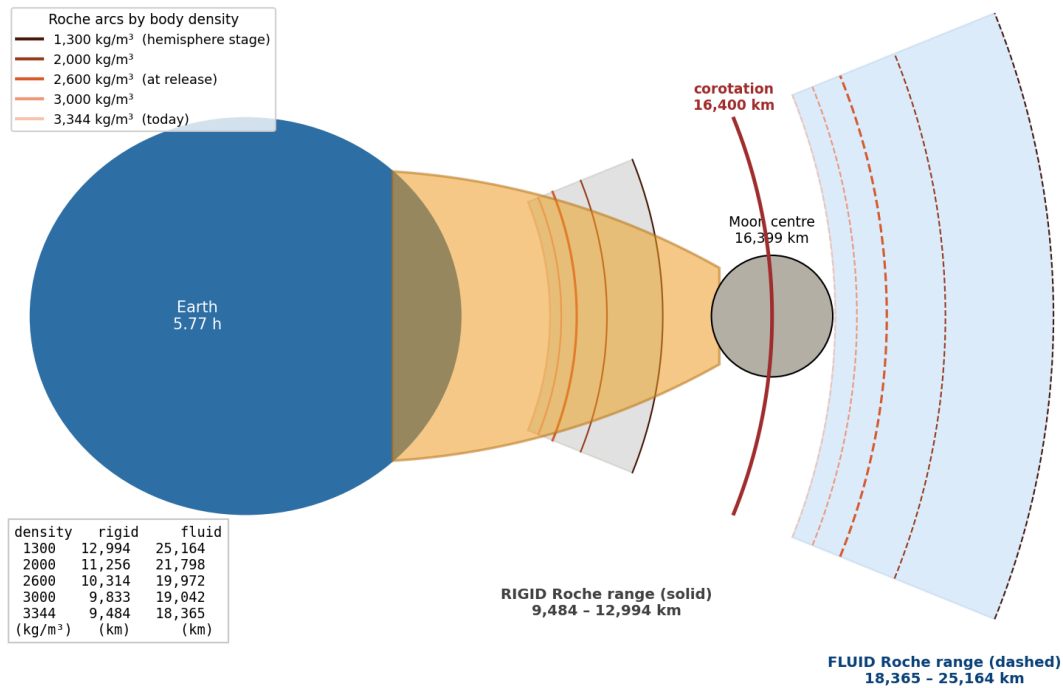
$$\Delta a \simeq \frac{2GM_{\oplus}R_s}{r^3}, \quad g_s = \frac{Gm}{R_s^2}.$$

הגודל הראשון, Δa , הוא ההפרש בין משיכת גוף האם במרכז הגוף לבין משיכתו בפני השטח שלו, במרחק R_s קרוב יותר; הוא יורד בחדות, כמו חזקה שלישית של המרחק r . השני, g_s , הוא כבידת פני השטח של הגוף עצמו, המחזיקה את חומרו פנימה. כשהראשון קטן מהשני, הכבידה העצמית של הגוף גוברת. עם נתוני הייחוס של נספח E היחס קטן מאוד (כ-0.277 ב-15,818 ק"מ). זהו מדד שימושי להעמסה, אך שינוי הצורה והסיבוב אינם כלולים ביחס. גבול רוש הסטטי מספק בסיס להשוואה; התגובה במסלול אקסצנטרי עשויה להיות תלויה גם בהיסטוריית העיוות [9].

A.7.3 מה נשאר מותנה

רדיוס הקורוטציה אינו סף חוזק: ההגעה אליו מסדירה את המהירות, לא את השרידות. תכונות הגוף ותכונות החיבור נבחנות במאמר 3, והמסלול שאחרי השחרור במאמר 4. מאמר 2 אינו מאמץ זמן שהייה מחייב בתחום רוש, ולא סף צמיגות אוניברסלי. ההשוואה צריכה להשתמש במרחק הקרוב ביותר של המסלול שנבחר, ולא במרחק השחרור בלבד. חלוקת המבחנים בין המאמרים אינה מסירה את דרישת השרידות.

The range of Roche arcs — rigid (solid) and fluid (dashed) limits for body densities 1,300–3,344 kg/m³, with the pear and the Moon at release (to scale)



איור 6. טווח קשתות רוש: הגבולות הקשיחים (קו רציף) והנוזליים (קו מקווקו) לצפיפויות 1,300–3,344 ק"ג/מ"ק, עם האגס והירח ברגע השחרור.

איור 6 מציב את הירח ברגע השחרור מול שתי משפחות הגבולות. הגבולות הקשיחים, לכל טווח הצפיפויות, נמצאים הרבה בתוך מקומו של הירח; הגבולות הנוזליים נמצאים מעבר לו. לכן הירח ברגע השחרור בטוח כגוף קשיח, והפחיסות וההתעגלות שלו הושלמו קודם לכן, בעודו מחובר (B.7§; מאמר 7).

A.8 כיוון ההתפתחות הגאותית

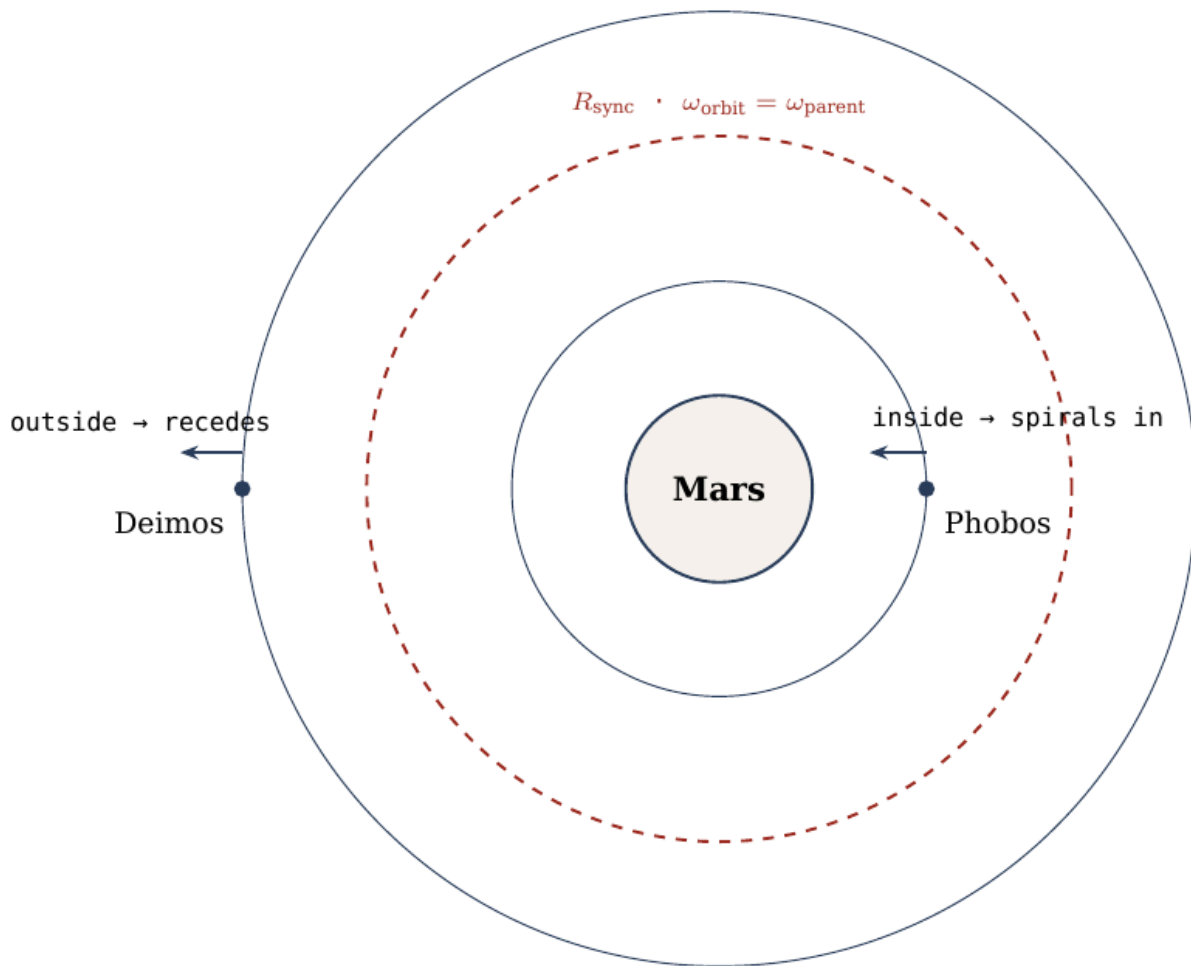
השאלה האחרונה של חלק A היא מה קורה אחרי השחרור: האם הירח מתרחק מכדור הארץ או נופל בחזרה? התשובה תלויה בצד של קו הקורוטציה שבו הוא נמצא.

A.8.1 כיוון העברת התנע הזוויתי

עבור מסלול ישיר, מעגלי ומשווני, אנו משווים את הסיבוב של גוף האם לתנועה הממוצעת — המהירות הזוויתית של הגוף המקיף סביב גוף האם:

$$n = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}.$$

הגוף המקיף מעורר בליטה גאותית על גוף האם. כאשר $\omega > n$, גוף האם מסתובב מהר יותר מכפי שהגוף מקיף, והסיבוב שלו נושא את הבליטה לפני הגוף; הבליטה מושכת את הגוף קדימה, מעניקה לו תנע זוויתי, והגוף מטפס החוצה בזמן שהסיבוב של גוף האם מאט. בשפת משוואות הגאות, התרומה הגאותית המפזרת (הדיסיפטיבית) בגוף האם מעבירה תנע זוויתי מהסיבוב שלו אל המסלול. כאשר $\omega < n$, הגוף עוקף את הבליטה, הבליטה מושכת אותו לאחור, והכיוון מתהפך: הגוף מאבד תנע זוויתי ונע בספירלה פנימה. בסינכרוניות מעגלית מדויקת התרומה הרלוונטית מתאפסת: הבליטה נשארת ישירות מתחת לגוף, ואין משיכה קדימה או אחורה. מאחר ש- n יורד עם המרחק ו- ω לא, $\omega > n$ מתקיים מחוץ לרדיוס הקורוטציה ו- $\omega < n$ בתוכו. קו הקורוטציה הוא אפוא קו פרשת מים: גוף המשתחרר ממש מעבר לו נדחף החוצה מההתחלה. הכללה למסלול בעל נטייה ואקסצנטריות מחייבת את משוואות הגאות המתאימות [2,3].



איור 7. הרדיוס הסינכרוני כקו פרשת מים גאותי. Phobos מקיף בתוכו ונע בספירלה פנימה; Deimos מקיף מחוצה לו ומתרחק. מרווחים סכמטיים, לא בקנה מידה. (בשרטוט: Mars במרכז; המעגל האדום המקווקו — R_{sync} , שם $\omega_{\text{orbit}} = \omega_{\text{parent}}$; ליד Phobos — "בפנים ← ספירלה פנימה"; ליד Deimos — "בחוץ ← מתרחק").

איור 7 מראה את קו פרשת המים בפעולה במערכת השמש של היום. ל-Mars יש שני ירחים קטנים משני צדי הרדיוס הסינכרוני שלו: Phobos, בפנים, נמשך פנימה; Deimos, בחוץ, מתרחק. המקרה של כדור הארץ-ירח ברגע השחרור הוא אותו כלל, המוחל על ירח הממוקם ממש מעבר לקו.

עם השלמת חלק A, הבעיות מוגדרות במלואן: פער מהירות הנסגר ברדיוס הקורוטציה, אגס המגיע לרדיוס הזה, יממה ברגע השחרור הנקבעת על ידי שני תהליכים מנוגדים, מאזן שחייב להיסגר מול המערכת של היום, מבחן רוש שהגוף חייב לעבור, וקו פרשת מים גאותי המכריע את כיוונו לאחר מכן. חלק B עונה עליון בחישוב אחד.

חלק B — כיצד הבעיות נפתרות

הבעיה

חישוב אחד עונה על הבעיות של חלק A. סעיף B.1 מציג את החישוב הזה, מן הנתונים שהוא יוצא מהם ועד מצבם של כדור הארץ והירח ברגע השחרור. כל אחד מהסעיפים שאחריו (B.2–B.8) לוקח בעיה אחת מחלק A, באותו סדר, ומראה בשניים-שלושה משפטים כיצד החישוב עונה עליה.

חלק A הציג את התנאים; חלק זה מראה שמערכת מספרים אחת ועקבית עומדת בכולם בבת אחת. לכך יש משקל, כי כל תנאי לבדו אפשר בדרך כלל לקיים על ידי כוונן של פרמטר אחד, ואילו קיום כולם יחד, באותו כדור ארץ, באותו ירח ובאותו סיבוב, הוא מבחן חזק בהרבה למסלול שאנו מציעים.

B.1 החישוב

הנתונים. יממה התחלתית של כדור הארץ $T_0 = 5.5$ (A.2) h ; גוף אם הומוגני ומורחב, ברדיוס נפחי של 6,517 ק"מ ובצפיפות 5,214 ק"ג/מ"ק (רדיוס משווני 6,721 ק"מ, רדיוס קוטבי 6,128 ק"מ); הירח: מסה ירחית אחת, $m = 7.35 \times 10^{22}$ kg, בצפיפות 2,600 ק"ג/מ"ק. "הומוגני" פירושו שגוף האם נלקח בתחילת התהליך כבעל צפיפות אחידה, קלט חישוב לגוף אם שעדיין נמצא בשלב מוקדם של התמיינות; "מורחב" פירושו שהוא חם ולכן גדול במקצת מכדור ארץ קר בעל אותה מסה (A.2§). הרדיוס המשווני והרדיוס הקוטבי שונים זה מזה, כי גוף שמשלים סיבוב אחד ב-5.5 שעות בולט במשווה ונפחם בקטבים.

מחלק A אל מצב השחרור, צעד אחר צעד. מצב השחרור נובע מן התהליכים של חלק A בחמישה צעדים. הטבלה שלהלן מרכזת אותם; שורותיה נקראות מלמעלה למטה, והגוון מראה את כיוונו של כל צעד: אדום לצעד שמאט את כדור הארץ ומזיז את קו הקורוטציה החוצה, כחול לצעד שמאיץ אותו ומזיז את הקו פנימה.

1. **נקודת המוצא.** לגוף אם שיממתו 5.5 שעות, קו הקורוטציה נמצא ב-15,818 ק"מ (A.2.1§). קו הקורוטציה הוא המרחק שבו גוף שמסתובב עם כדור הארץ כבר נע במהירות של מסלול חופשי מעגלי.

2. **האגס מאט את כדור הארץ.** כשהאגס מתארך, חומר נע החוצה בעודו מסתובב עם כדור הארץ, והוא נושא עמו תנע זוויתי. תנע זוויתי הוא "כמות הסיבוב" של גוף: המסה שלו כפול מהירותו כפול מרחקו מן הציר; כשאין מומנט כוח חיצוני, הסכום הכולל שלו נשמר. התנע הזוויתי שיוצא עם החומר נלקח מסיבובו של כדור הארץ, ולכן כדור הארץ מסתובב לאט יותר: לבדו, הצעד הזה היה מאריך את היממה מ-5.50 ל-6.44 שעות ומזיז את הקו החוצה ל-17,569 ק"מ (A.4§).

3. **הליבה המתארגנת מאיצה את כדור הארץ.** באותו זמן שוקע הברזל לעבר המרכז. הדבר מקטין את מומנט ההתמד של כדור הארץ — המדד למידת ריחוק המסה שלו מן הציר — וכמו מחליקה על הקרח שמקרבת את זרועותיה, כדור הארץ מסתובב מהר יותר. כשהליבה צפופה פי שניים מן המעטפת שמעליה ($D = 2$), הצעד הזה מקצר את היממה ב-0.67 שעות.

4. **התוצאה נטו.** שני הצעדים פועלים יחד ומקזזים זה את זה בחלקם: היממה ברגע השחרור היא 5.77 שעות, וקו הקורוטציה נמצא ב-16,331 ק"מ כשהירח מטופל כחלקיק בוחן, או ב-16,399 ק"מ כשמסת הירח עצמה נכללת בנוסחת שני הגופים שלהלן. אנו משתמשים בערך של שני הגופים, מעוגל לכ-16,400 ק"מ.

5. **שחרור.** הירח מתחיל להינתק כשמרכז המסה שלו מגיע לקו הזה. הוא מובל לשם על ידי הסיבוב ולא נזרק: במרחק הזה, המהירות שכבר יש לו כחלק מן המערכת המסתובבת היא מהירות של מסלול חופשי, ולכן אין

צעד	יממת כדור הארץ	קו הקורטוציה	כיוון
1. התחלה (גוף אם של 5.5 שעות, A.2.1§)	שעות 5.50	ק"מ 15,818	ייחוס
2. האגס מתארך (לבדו)	שעות 6.44	ק"מ 17,569	לאט יותר, הקו החוצה
3. הליבה מתארגנת (D = 2)	שעות -0.67	—	מהר יותר, הקו פנימה
4. שניהם יחד (חלקיק בוחן)	שעות 5.77	ק"מ 16,331	נטו: מעט לאט יותר
4a. שניהם יחד (שני גופים)	שעות 5.77	ק"מ 16,400 ≈ ק"מ 16,399	הערך שאומץ
5. מרכז המסה של הירח על הקו	שעות 5.77	ק"מ 16,400	שחרור

מחלק A אל מצב השחרור בחמישה צעדים. אדום: צעד שמאט את כדור הארץ ומזיז את הקו החוצה; כחול: צעד שמאיץ אותו ומזיז את הקו פנימה.

התוכן הכמותי של הצעדים האלה הוא כדלקמן.

1. **יממת כדור הארץ ברגע השחרור.** האגס המתארך והליבה המתרכזת פועלים יחד (A.4§); עם $D = 2$,

$$T = 5.77 \text{ h}, \quad \Omega = \frac{2\pi}{T} = 3.025 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}.$$

כאן T הוא אורך היממה ו- Ω מהירות הסיבוב הזוויתי, כלומר הזווית ברדיאנים שכדור הארץ מסתובב בה בכל שנייה. היממה ארוכה רק בכרבע שעה מ-5.5 השעות שבהתחלה, כי ההאצה שגורם הברזל השוקע מבטלת את רוב ההאטה שגורם האגס.

2. **נקודת השחרור.** הירח מתחיל להינתק כשמרכז המסה שלו מגיע לקו הקורטוציה:

$$r = R_{\text{sync}} = \left(\frac{G (M_{\oplus} + m)}{\Omega^2} \right)^{1/3} \simeq 16\,400 \text{ km}.$$

זו נוסחת הקורטוציה של A.5.1§, בכתיבה לשני גופים: G הוא קבוע הכבידה, $M_{\oplus}$ מסת כדור הארץ ו- m מסת הירח. במילים: הנוסחה נותנת את המרחק היחיד שבו מסלול מעגלי נמשך בדיוק זמן סיבוב אחד של כדור הארץ. הכללת m בנוסחה היא שהופכת את 16,331 ק"מ ל-16,399 ק"מ. הערך הוא כפי 2.6 מרדיוס כדור הארץ של היום. עם $R_m = \left(\frac{3m}{4\pi\rho} \right)^{1/3} = 1\,890 \text{ km}$, הנקודה הקרובה של הירח נמצאת ב-14,509 ק"מ והצד הרחוק ב-18,289 ק"מ ממרכז כדור הארץ. R_m הוא הרדיוס של כדור בעל מסה ירחית אחת בצפיפות של 2,600 ק"ג/מ"ק; החסרתו מ-16,400 הק"מ של המרכז והוספתו להם נותנת את פריסת הירח לאורך הקו שבין כדור הארץ לירח.

3. **כדור הארץ ברגע השחרור (Maclaurin, הומוגני):**

$$\frac{\Omega^2}{\pi G \rho_{\oplus}} = \frac{2\sqrt{1-e^2} (3-2e^2)}{e^3} \arcsin e - \frac{6(1-e^2)}{e^2} \Rightarrow a = 6\,701 \text{ km}, c = 6\,165 \text{ km}.$$

ספרואיד Maclaurin הוא צורת שיווי המשקל של גוף נוזלי אחיד המסתובב בקצב קבוע: כדור פחוס בקטבים. המשוואה קושרת את הסיבוב (האגף השמאלי, שבו $\rho_{\oplus}$ היא הצפיפות הממוצעת של כדור הארץ) לאקסצנטריות e , מספר המודד את הפחיסות (0 לכדור, ומתקרב ל-1 לדסקה שטוחה). פתרונה עבור סיבוב של 5.77 שעות נותן את הרדיוס המשווני a ואת הרדיוס הקוטבי c . כדור הארץ ברגע השחרור עדיין פחוס בבירור, אך מעט פחות מגוף האם של 5.5 שעות (6,721 ו-6,128 ק"מ), כי עכשיו הוא מסתובב מעט לאט יותר. הפער בין פני השטח המשווניים של כדור הארץ לבין הירח הוא כ-7,800 ק"מ: הנקודה הקרובה של הירח ב-14,509 ק"מ פחות הרדיוס המשווני של 6,701 ק"מ. זה המרחק שהאגס צריך לגשר עליו (A.3§).

4. התנע הזוויתי.

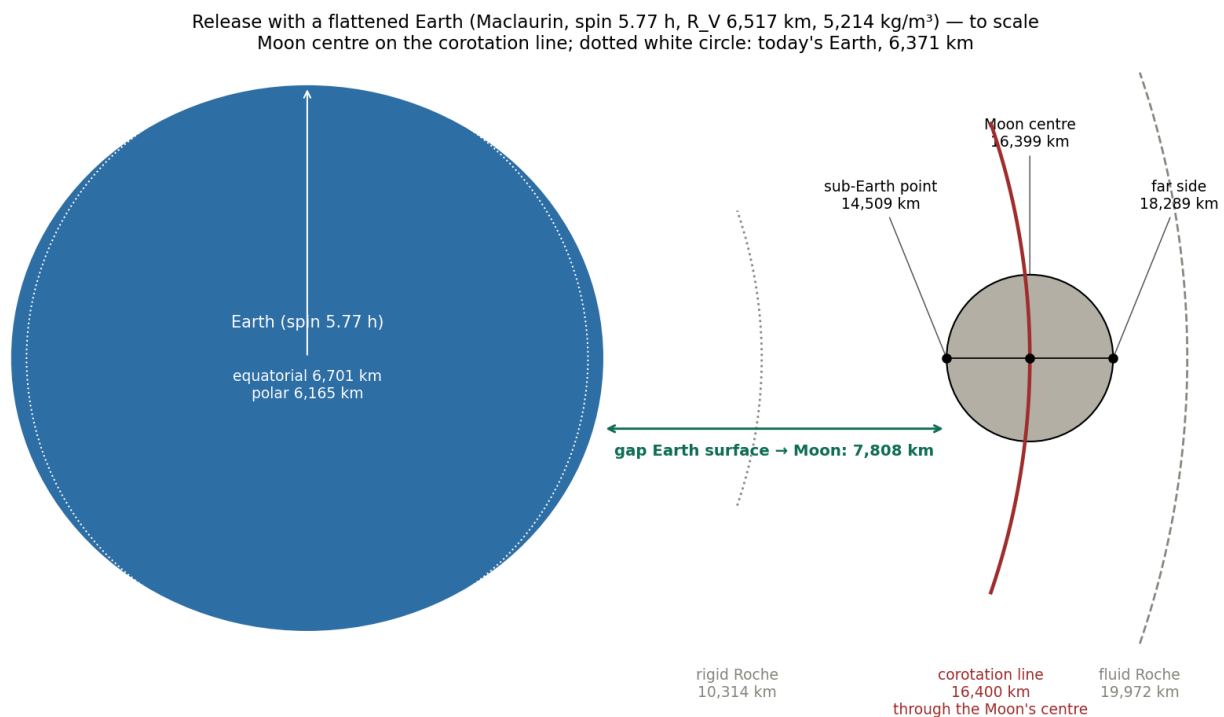
$$L_0 = k_0 Ma_0^2 \Omega_0 = 3.466 \times 10^{34}, \quad L = I_{\oplus} \Omega + \mu \Omega r^2.$$

הביטוי הראשון הוא התקציב ההתחלתי של גוף האם (A.6.1§, ביחידות $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$): מקדם מומנט ההתמד k_0 (0.4 לגוף אחיד), המסה, ריבוע הרדיוס המשווני והסיבוב ההתחלתי. הביטוי השני מחלק את אותו תקציב ברגע השחרור לשני חלקים: סיבובו של כדור הארץ, $I_{\oplus} \Omega$, שבו $I_{\oplus}$ הוא מומנט ההתמד שלו, ומסלול הירח, $\mu \Omega r^2$, שבו $\mu = M_{\oplus} m / (M_{\oplus} + m)$ היא המסה המצומצמת של הזוג r - m מרחק השחרור. ברגע השחרור מחזיק מסלול הירח 5.9×10^{33} (17%) וסיבוב כדור הארץ 2.88×10^{34} ; המערכת כולה מחזיקה פי 1.007 מן הערך של היום (גרסה קודמת נתנה 1.008, מסך התנע של היום מעוגל ל- 3.44×10^{34} ; עם 3.441×10^{34} של A.6.3§ מתקבל 1.007, הערך שבו משתמשים לאורך כל המאמר). ה- 5.9×10^{33} מוגדר כתנע הזוויתי המסלולי של הזוג סביב מרכז המסה המשותף, $\mu \Omega r^2$, עם המסה המצומצמת $\mu = 7.26 \times 10^{22}$ ק"ג ו- $r = 16,399$ ק"מ על קו המשוואה. כשסופרים את מסת הירח המלאה m סביב מרכז כדור הארץ, כפי שעושה מאמר 3, אותו מצב נותן 6.0×10^{33} ; לשחרור ב- 22.5° ($r = 17,287$ ק"מ, מאמר 4), שבו הירח מסתובב במרחק $r \cos 22.5^\circ = 15,971$ ק"מ מציר הסיבוב, אותה ספירה נותנת 5.7×10^{33} (מאמר 3). ה-17% הם מחיר ההעברה: החלק של הסיבוב המקורי שעבר מסיבוב כדור הארץ אל מסלול הירח. הסכום הכולל, פי 1.007 מן הערך של היום, גבוה מעט מן הערך הנוכחי, וזה הסימן הנדרש, שכן גאות השמש הוציאה מאז כ-1% מן התנע הזוויתי של המערכת (A.2§).

תוצאה

יממת כדור הארץ ברגע השחרור **5.77 שעות**; מרכז הירח ב- **16,400 ק"מ**; תנע זוויתי **פי 1.007** מן הערך של היום.

איור 8 משרטט את המצב הזה בקנה מידה. הוא מראה עד כמה הירח עדיין קרוב לכדור הארץ ברגע השחרור: הפער של כ-7,800 ק"מ מגושר על ידי האגס של A.3§.



איור 8. הירח ברגע השחרור, בקנה מידה: כדור ארץ פחוס ביממה של 5.77 שעות, ומרכז הירח על קו הקורוטציה.

מה שיש בידינו עכשיו הוא מצב שחרור שלם: היממה והצורה של כדור הארץ, מיקומו וגודלו של הירח, וחלוקת התנע הזוויתי ביניהם. הסעיפים הבאים בודקים את המצב הזה מול כל אחת מבעיות חלק A.

B.2 פער המהירויות

הבעיה של §A.1 הייתה שחומר המשתחרר מפני השטח של כדור ארץ בעל יממה של 5.5 שעות נע בכ-2,133 מ"ש, הרחק מתחת ל-7,701 מ"ש של מסלול מעגלי — פער של כ-5,568 מ"ש. הפער נסגר עם המרחק, כי המהירות שהסיבוב מעניק גדלה עם המרחק ואילו מהירות המסלול קטנה. על קו הקורוטציה הסיבוב נותן לירח בדיוק את מהירות המסלול,

$$v = \Omega r = \sqrt{\frac{G (M_{\oplus} + m)}{r}} \approx 4\,960 \text{ m s}^{-1},$$

ולכן לא נשאר פער (§A.1, §A.5§). האגף השמאלי הוא מהירותה של נקודה המסתובבת עם כדור הארץ במרחק r ; האגף הימני הוא מהירותו של מסלול מעגלי חופשי באותו מרחק; על הקו השתיים שוות. הערך נמוך מעט מ-5,020 מ"ש של מצב הייחוס בן 5.5 השעות (§A.2.1), כי כדור הארץ, שמסתובב מעט לאט יותר, ממקם את הקו רחוק יותר, במקום שבו מהירויות המסלול נמוכות יותר. התמונה היומיומית היא ילדה על קרוסלה: ככל שהיא יושבת רחוק יותר מן המרכז, כך היא נעה מהר יותר, בלי שאיש דוחף אותה.

B.3 האגס

האגס מגשר על כ-7,800 ק"מ ונמצא כולו בתוך קו הקורוטציה; הירח משתחרר כשמרכז המסה שלו מגיע לקו (§A.3; מנגנון השחרור הוא נושא מאמר 3, *LEF Mechanism in Practice*). מאחר שהאגס נמצא בתוך הקו, הכוח השקול במערכת המסתובבת מושך אותו לעבר כדור הארץ (§B.5): הוא נשאר עם כדור הארץ, ואילו הירח, שמרכזו על הקו, חופשי להינתק. זו הסיבה שהירח עוזב שלם, והחיבור אינו הולך עמו.

B.4 הקיזוז

החישוב מביא בחשבון את שני התהליכים יחד: יממת כדור הארץ 5.77 שעות, קו הקורטציה ב-16,331 ק"מ (A.4§). ה-16,331 ק"מ הם ערך חלקיק הבוחן של צעד 4 ב-B.1§; הכללת מסת הירח עצמה נותנת את 16,399 הק"מ, כ-16,400 ק"מ, שמשמשים לנקודת השחרור. חישוב עם האגס בלבד היה נותן 6.44 שעות ו-17,569 ק"מ, וחישוב עם הליבה בלבד היה נותן כדור ארץ מהיר מדי; רק שניהם יחד מתארים את כדור הארץ של אותה תקופה.

B.5 קורטציה

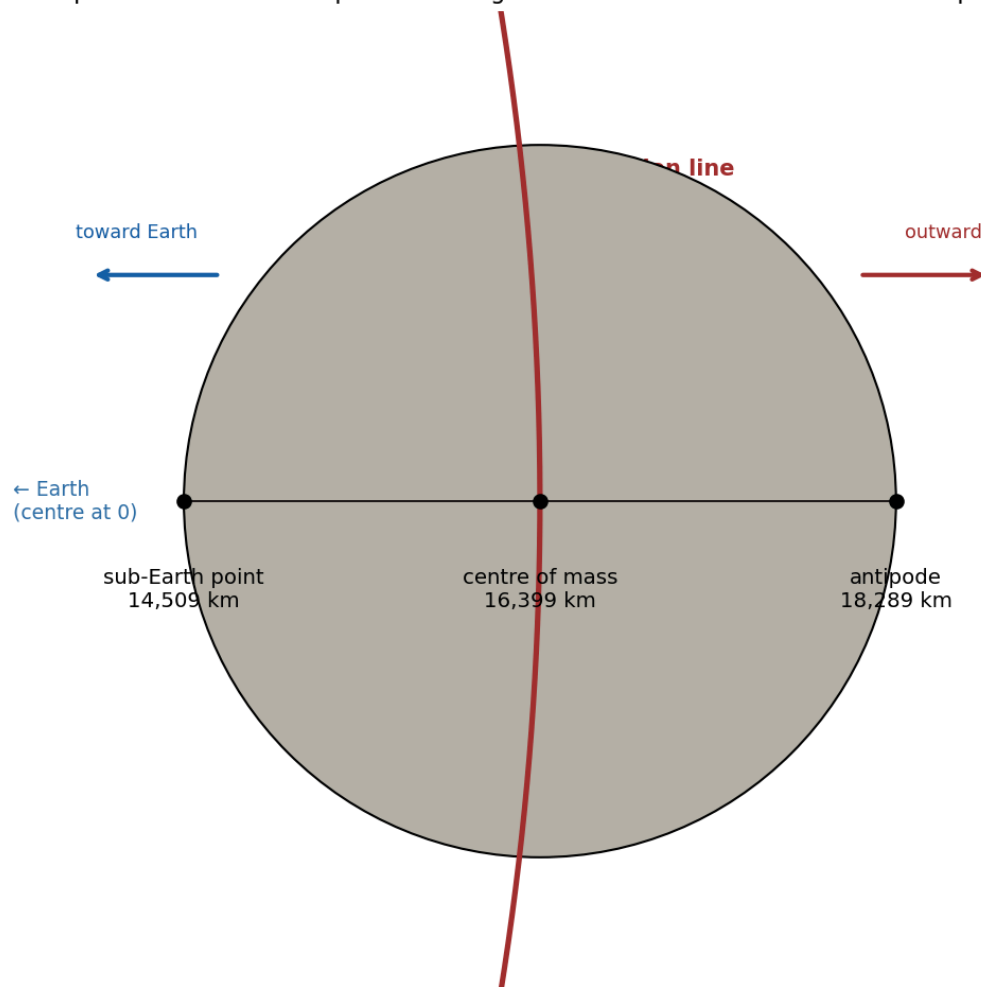
מרכז המסה של הירח מגיע לקו הקורטציה בכ-16,400 ק"מ; מעבר לו הקורטציה מושכת את הירח החוצה, והוא משתחרר:

$$a_{\text{net}} = \Omega^2 r - \frac{GM_{\oplus}}{r^2}.$$

זו התאוצה השקולה שחש חומר המסתובב עם כדור הארץ במרחק r , כפי שהיא נראית במערכת המסתובבת. האיבר הראשון הוא התאוצה החיצונית (הצנטריפוגלית) של הסיבוב, שגדלה עם המרחק; השני הוא כבידת כדור הארץ, שקטנה עם המרחק. בתוך הקו הכבידה גוברת ו- a_{net} מכוונת פנימה, ולכן האגס מוחזק אל כדור הארץ; על הקו השתיים מאוזנות; מעבר לו הסיבוב גובר והחומר נמשך החוצה. ברגע שמרכז המסה של הירח חוצה את הקו, הגוף כולו נמשך הרחק מכדור הארץ, והוא מתנתק.

איור 9 מגדיל את הרגע שבו מתחיל הניתוק. הקו משורטט דרך מרכז הירח; החצי הקרוב של הירח עדיין נמצא בתוכו, והחצי הרחוק מחוצה לו.

Close-up: the corotation line passes through the Moon's centre at the start of separation



איור 9. קו הקורוטציה עובר דרך מרכז הירח בתחילת הניתוק.

B.6 התנע הזוויתי

המערכת מחזיקה פי 1.007 מן התנע הזוויתי של היום. ברגע השחרור, מקדם מומנט ההתמד של כדור הארץ הנובע מן התנע הזוויתי הסיבובי שנותר לו הוא $k = 0.355$; מבנה דו-שכבתי עם $q = 0.55$ ו- $D = 2$ נותן

$$k = \frac{2}{5} \frac{(1 - q^5) + Dq^5}{(1 - q^3) + Dq^3} = 0.360.$$

המקדם k מתאר כיצד המסה מפוזרת: 0.4 לכדור אחיד, ופחות מזה כשהמסה מרוכזת לעבר המרכז (לכדור הארץ של היום כ-0.33). הערך 0.355 הוא מה שנדרש מכדור הארץ ברגע השחרור כדי שסיבוב של 5.77 שעות יישא את 2.88×10^{34} הנוטרים. הנוסחה מחשבת את k לכדור ארץ בן שתי שכבות: שכבה פנימית המגיעה עד שבר q מן הרדיוס, וצפיפותה פי D מצפיפות השכבה החיצונית. עם $q = 0.55$ ו- $D = 2$ היא נותנת 0.360, קרוב ל-0.355 הנדרש. התנע הזוויתי שמצב השחרור דורש והמבנה שהברזל השוקע יוצר מתיישבים אפוא זה עם זה. אין צורך בפגיעה ענקית מבחוץ ואין צורך בהוצאה מאוחרת של תנע זוויתי; מודלי הפגיעה בעלי התנע הזוויתי הגבוה מתחילים מכפי 2–3 מן הערך של היום. המסלול שאנו מציעים סוגר את התקציב שלו במה שמערכת כדור הארץ-ירח מחזיקה היום, ועוד כ-1% שגאות השמש הוציאה מאז.

B.7 גבול רוש

גבול רוש הוא המרחק שבתוכו משיכת הגאות של גוף גדול — ההפרש בין הכבידה שלו בצד הקרוב לבין הכבידה שלו בצד הרחוק של גוף קטן יותר — עולה על הכבידה העצמית של הגוף הקטן ויכולה לפרק אותו. שתי צורות קלאסיות תוחמות אותו:

$$d_{\text{rigid}} = 1.26 R_{\oplus} \left(\frac{\rho_{\oplus}}{\rho} \right)^{1/3}, \quad d_{\text{fluid}} = 2.44 R_{\oplus} \left(\frac{\rho_{\oplus}}{\rho} \right)^{1/3}.$$

הצורה הקשיחה חלה על גוף ששומר על צורתו; הצורה הנוזלית — על גוף שמתעוות בחופשיות ולכן נמתח על ידי הגאות יותר. בשתייהן ρ היא צפיפות הגוף הקטן: ככל שהוא צפוף יותר, כך הוא יכול להתקרב יותר. מרכז הירח ב-16,400 ק"מ נמצא הרחק מעבר לגבול הקשיח (9,484–12,994 ק"מ עבור 1,300–3,344 ק"ג/מ"ק). אותו מרחק נמצא בתוך הגבול הנוזלי לגוף של 2,600 ק"ג/מ"ק (19,971 ק"מ, A.7.1§); איזה משני הגבולות חל נקבע אפוא לפי השאלה אם הירח קשיח ברגע השחרור. ההתעגלות הושלמה לפני השחרור; הגוף קשיח ועגול. הפחיסות וההתעגלות המאוחרת יותר של גוף הירח התרחשו קודם לכן, כשהוא עדיין היה מחובר (מאמר 7, *The Poles*); מה שעוזב את הקו הוא גוף בעל קליפה חיצונית קשיחה. גוף קשיח מקטין את תגובת הגאות בגורם

$$\frac{1}{1 + \frac{19\mu}{2\rho g R}},$$

כך שעבור $\mu \geq 10$ GPa יחס הצירים הוא לכל היותר 1.04. כאן μ היא הקשיחות (מודול הגזירה) של הגוף, g הכבידה על פניו ו- R הרדיוס שלו; $\rho g R$ הוא הלחץ של משקל הגוף עצמו. הגורם אומר שגוף שקשיחותו גדולה בהשוואה ללחץ של משקלו העצמי מתעוות רק בשבר קטן ממה שגוף נוזלי היה מתעוות. יחס צירים של 1.04 לכל היותר פירושו שהציר הארוך ביותר של הירח עולה על הקצר ביותר ב-4% לכל היותר: הגוף נשאר עגול.

B.8 כיוון ההתפתחות הגאותית

הירח משתחרר על קו הקורוטציה, והגאות מעבירה אליו תנע זוויתי מסיבובו של כדור הארץ: הוא מתרחק (A.8§); המסלול הוא נושא מאמר 4, *The Orbit*). בדיוק על הקו השפעת הגאות ניטרלית, כי כדור הארץ מסתובב פעם אחת באותו זמן שבו הירח משלים הקפה. הניתוק עצמו מעביר את מרכז המסה של הירח כ-210 ק"מ אל מעבר לקו, כשמעט יותר ממחצית הירח חצתה אותו (המרווח $\Delta r \simeq 2d_0$ של D.3§); שם כדור הארץ מסתובב מהר יותר מקצב ההקפה של הירח, בליטת הגאות שהירח מעלה על כדור הארץ מקדימה את הירח, מושכת אותו קדימה, והירח נע החוצה. זה הצד של קו פרשת המים שבו נמצא Deimos (כיום (איור 7)).

כמה רחוק מעבר לקו. המרחק מעבר לקו קטן לעומת רדיוס השחרור, אבל הוא קובע את צורת המסלול הראשון. על הקו הירח נושא בדיוק את המהירות של מסלול מעגלי; מעבר לו — מעט יותר, ולכן נקודת השחרור הופכת לנקודה הקרובה ביותר של מסלול מתוח מעט, באקסצנטריות e_0 שגדלה עם המרחק. הטבלה עוקבת אחר זה בקו רוחב השחרור, 22.5° , שבו קו הקורוטציה נמצא ב-17,287 ק"מ, ביממה של 5.77 שעות; המסלול ההתחלתי בא מן הנוסחאות של מאמר 4 (נספח A), והזווית הסופית מחוק הטנגנס המצומצם של מאמר 4 (חלק D). "חצה" הוא החלק מנפח הירח שנמצא מעבר לקו ברגע השחרור.

המרחק (ק"מ)	חצה	a_0 (ק"מ)	e_0	הזווית הסופית
0	50%	17,287	0	5.020°
50	52%	17,489	0.009	5.049°
100	54%	17,696	0.017	5.079°
150	56%	17,907	0.026	5.109°

כ-210 (שאומץ)	58%	18,163	0.037	5.145° (נצפה)
300	62%	18,571	0.053	5.202°
500	69%	19,531	0.089	5.334°
1,000	86%	22,404	0.184	5.711°

טבלה B.8. שחרור ב-22.5°: המסלול ההתחלתי והזווית הסופית של החוק המצומצם ככל שהשחרור מתרחק מעבר לקו הקורוטציה (מאמר 3, C.5a§). הכחול-כהה מעמיק עם הזווית הסופית; הירוק מסמן את 5.145° הנצפים, שהם השחרור שאומץ.

שחרור בדיוק על הקו נותן מעגל, והגאות נושאת מעגל החוצה כמעגל; האקסצנטריות של הירח היום דורשת אפוא שחרור מעט אחרי שמרכז המסה שלו חצה את הקו. בכ-210 ק"מ החוק המצומצם מחזיר את הנטייה הנצפית, ומאמר 3 (C.5a§) מראה שאותו מרחק מחזיר את האקסצנטריות של היום, 0.0549, לירח צעיר וחם; הסדרה מאמצת את השחרור הזה. מאמר 3 נותן את טבלת האקסצנטריות ואת הרגישות לקו הרוחב של הקצה; האינטגרציה המלאה של מאמר 4 נושאת את מצב השחרור דרך ההיסטוריה כולה.

מה שיש בידינו עכשיו: מצב השחרור של B.1§ עונה על כל אחת משבע הבעיות של חלק A במערכת מספרים אחת.

חלק C — סיכום

C.1 מה הוצג

הטבלה מצמידה לכל בעיה של חלק A את התשובה שניתנה לה בחלק B. היא נקראת שורה אחר שורה; כל סימן וי פירושו שמצב השחרור של B.1§ עונה על הבעיה הזו בלי הנחה נפרדת.

בעיה	פתרון
פער המהירויות	✓ המהירות באה מן הסיבוב; על הקו אין פער
האגס	✓ מגשר עד הקו; הירח משתחרר שלם
הקיזוז	✓ 5.77 שעות — שני התהליכים יחד
קורוטציה	✓ מרכז המסה על הקו, 16,400 ק"מ
תנע זוויתי	✓ פי 1.007 מן הערך של היום; מתיישב עם מבנה הליבה
גבול רוש	✓ גוף קשיח, הרחק מעבר לגבול הקשיח
התפתחות גאותית	✓ מתרחק מרגע השחרור

כל בעיה של חלק A והפתרון שלה בחלק B.

חלק D — טענות, מבחנים, דרישות וחידוש

חלק זה מרכז במקום אחד את מה שהמאמר טוען, כיצד כל טענה נבחנת, ומה המסלול דורש מהמנגנון שלו, כך שהנקודות האלה נמצאות כאן ולא מפוזרות לאורך הטקסט.

דרישות

- ריכוז ליבה $D \approx 2$ במהלך ההעברה. התארגנות הליבה היא תהליך אחד רציף: היא החלה לפני ההעברה, נמשכת בזמן צמיחת האגס, וממשיכה אחרי השחרור. (בלי הברזל השוקע האגס לבדו היה מאט את כדור הארץ ל-6.44 שעות, (B.4§).
- גוף קשיח ($\mu \geq 10$ GPa) ברגע השחרור. (גוף נוזלי ב-16,400 ק"מ היה נמצא בתוך גבול רוש הנוזלי, (B.7§).
- אגס רציף מכדור הארץ ועד דסקת מגע של 3,000 ק"מ, בלי שארית צוואר הנשארת מחוברת לירח. זה התנאי לכך שהירח יעזוב שלם; הוא נבחן במאמר 3.

D.1 טענות מרכזיות ומבחנים

הטבלה מונה את חמש הטענות המרכזיות. העמודה הראשונה נותנת שם לכל טענה ומציינת את מעמדה; השנייה — מה היא מניחה ומה היא חוזת; והשלישית — כיצד היא נבחנת.

טענה / מעמד	הנחות וחיזוי כמותי	מבחן ורגישות
קורוטציה — יישום של פיזיקה סטנדרטית	שדה מרכזי, משוואה M - ω מוגדרים; $R \propto M^{1/3} T^{2/3}$	שחזור שתי המהירויות ובדיקת תיקוני השדה
סגירת התנע הזוויתי — מבחן עקביות של התרחיש	$L_0 \simeq 3.466 \times 10^{34}$; שחרור כשמרכז המסה על קו הקורוטציה, כ-16,400 ק"מ ($D = 2$)	שחזור I , תקציב קטורי ותחום ההעברות החיצוניות
רגישות למבנה — תוצאה מחושבת	שינוי של I במודל הדו-שכבתי משנה את T_f ואת R_f	סריקה של D ו- q ; בדיקת הצורה וההתכנסות
תנע זוויתי לא-משווני — תיקון גאומטרי	הגדרת λ ביחס לציר אחד עבור כל הווקטורים	סכום קטורי ובדיקת כל רכיבי התנע הזוויתי
שרידות — דרישה פתוחה	צפיפות, מבנה ומסלול מוגדרים	השוואה לגבול רוש ופתרון עיוות במאמרי ההמשך

חמש הטענות המרכזיות: מעמד, הנחות וחיזוי, ומבחן.

במילים פשוטות, אלה הטענות:

- קורוטציה. הטענה היא שעל קו הקורוטציה המהירות שמעניק הסיבוב שווה למהירות המסלול. התיקונים שהתרחיש זקוק להם (השדה של כדור ארץ פחוס, גודלו של הירח, המשיכה בין שני הגופים) נבדקים מול השוויון הזה.

- סגירת התנע הזוויתי. הטענה היא שהתקציב ההתחלתי של 3.466×10^{34} מספיק לשחרור בכ-16,400 ק"מ. התקציב שלפני השחרור מותאם לתקציב שאחריו דרך המבנה והאובדן לגאות השמש.
 - רגישות למבנה. הטענה היא שליבה שוקעת משנה את היממה ואת הקו באופן המחושב (A.4.1§). החישוב מתייצב על פתרון לכל מבנה שנסרק.
 - תנע זוויתי לא-משווני. הטענה היא ששחרור מחוץ למשווה משנה את התקציב רק בתיקון הווקטורי המחושב (A.6.6§). כל הווקטורים מסוכמים במערכת ייחוס אחת.
 - שרידות. הטענה היא שהירח שורד את גאות כדור הארץ ברגע השחרור. הדבר נבחן במאמרים הבאים.
- הטענות האלה אינן כולן חיזויים תצפיתיים בלתי תלויים: חלקן זהויות פיזיקליות, חלקן מבחני עקביות וחלקן דרישות מן המנגנון. ההבחנה נשמרת במפת החידוש של נספח F. זהות, כמו נוסחת הקורוטציה, אינה יכולה להיות שגויה אם הנתונים נכונים; מבחן עקביות בודק שהמספרים נסגרים; דרישה היא תנאי שהמאמרים הבאים צריכים לעמוד בו.

D.2 החידוש שבעבודה

נוסחת הקורוטציה, צורות Maclaurin, שימור התנע הזוויתי וגבולות רוש הם פיזיקה קודמת. העבודה בוחנת את היישום המשותף שלהם לתנאי של העברה מחוברת, עם חישוב עקבי של השינוי במסה, בצורה ובסיבוב, ועם הצגה של תחומי הרגישות. "העברה מחוברת" פירושה שהחומר נשאר מחובר לכדור הארץ ומסתובב עמו עד שהוא מגיע לקו, במקום להיות משוגר מפני השטח; זה תנאי השחרור שבו ההתנגדות הקלאסית למודל הפיצול — תקציב גדול פי כמה מן הנדרש — אינה מתעוררת (A.6.5§). טענה מלאה של קדימות היסטורית דורשת את בדיקת העבודות הקודמות של נספח F; הצלחת השחזור המספרי אינה מוכיחה קדימות.

D.3 מה מונח ומה נדרש

ההנחות והדרישות שעליהן נשען הטיעון מרוכזות כאן כדי שלא לחזור עליהן לצד כל תוצאה. כל שורה נותנת את הערך שאומץ או שנדרש.

מה אומץ או נדרש	ערך
זמן הסיבוב ההתחלתי	5.5 שעות; חלון 4.90–5.54 שעות ב- $\Delta R = 120$ ק"מ
התפשטות תרמית	120 ק"מ; תחום קביל 98–520 ק"מ
מבנה גוף האם בתחילת ההעברה	בשלב מוקדם של התמיינות, $k \geq 0.397$ (קלט חישוב); התארגנות הליבה היא תהליך אחד רציף שנמשך לאורך ההעברה ואחרי השחרור
תנאי השחרור	הקורוטציה נשמרת עד השחרור; השחרור מעבר לרדיוס הקורוטציה ב- $\Delta r \approx 2d_0 \approx 210$ ק"מ ($d_0 \approx 105$ ק"מ)
שרידות ברגע השחרור	צמיגות פנימית בסדר גודל של 10^{18} – 10^{20} Pa·s, או צפיפות מעל 4,700 ק"ג/מ"ק, שבה גבול רוש הנוזלי מגיע למרחק השחרור של 16,400 ק"מ (A.7.1§); גרסה קודמת נתנה 3,800 ק"ג/מ"ק, הערך למרחק הקודם של האגס לבדו, 17,569 ק"מ
קו פרשת המים הגאותי	ירחים מחוץ לרדיוס הקורוטציה מתרחקים, ובתוכו נופלים
השוואת התקציב	סקלרית כבסיס (0.7%), וקטורית כמבחן רגישות (1.5)–(2.5%)

כמה שורות צריכות מילת הסבר. ההתפשטות התרמית היא המידה שבה כדור הארץ הצעיר והחם היה גדול מכדור ארץ קר; 6,495 ק"מ הוא הרדיוס הנפחי בקצה התחתון של התחום הקביל (98 ק"מ של התפשטות). תנאי השחרור נקרא כך: גוף המשתחרר בדיוק על קו הקורטציה נמצא במצב ניטרלי מבחינה גאותית; ברגע שהוא נמצא מעבר לקו, הגאות דוחפת אותו החוצה, ולכן הירח מתרחק מן ההתחלה (מאמר 4, B.2§). הניתוק מציב את מרכז המסה מעבר לקו במרווח $\Delta r \approx 2d_0$, שבו d_0 הוא סקלת העובי של החיבור (נספח E, שורה E47); המרווח הוא כ-210 ק"מ, $d_0 \approx 105$ ק"מ, שנקבע בחיפוש מרחק השחרור של מאמר 3, C.5a§ (גרסה קודמת נתנה כ-100 ק"מ). השוואת התקציב נעשית בשתי דרכים: סיכום התנע הזוויתי הסיבובי והמסלולי כגדלים פשוטים (סקלרית), שנותן עודף של 0.7%, וסיכומם כווקטורים בזווית זה לזה, שנותן 1.5%–2.5% (גרסה קודמת נתנה 1.5%–2.6%; הגדולה מבין שלוש הזוויות שנבדקו נותנת 2.51%); הסכום הסקלרי הוא הבסיס, והסכום הווקטורי הוא מבחן רגישות (A.6.3§).

שלוש השורות הראשונות הן ערכים שאומצו, עם חלונות; שתי הבאות הן דרישות שהמסלול מציב למאמר 3; שתי האחרונות הן הבדיקות שמאמר זה עצמו מבצע. אף אחת משבע השורות אינה מוסתרת בתוך תוצאה, ואף אחת מהן אינה נחוצה כדי לקבוע את רדיוס הקורטציה, הנובע ממסת גוף האם ומסיבובו בלבד.

חלק E — מסקנות

גוף בגודל הירח יכול להגיע למסלול מן החומר של כדור הארץ עצמו, בלי פגיעה ענקית מבחוץ. כדור ארץ המסתובב מהר מספק את המהירות; האגס מחבר את כדור הארץ אל קו הקורוטציה; האגס המתארך והליבה המתרכזת קובעים יחד את יממת כדור הארץ ברגע השחרור ל-5.77 שעות; הירח, קשיח ועגול, משתחרר כשמרכז המסה שלו מגיע לקו הקורוטציה בכ-16,400 ק"מ; תקציב התנע הזוויתי נסגר בפי 1.007 מן הערך של היום, בהתאמה לאובדן לגאות השמש; והירח מתרחק מרגע השחרור.

בשרשרת אחת: הסיבוב של כדור הארץ נושא את החומר החוצה; הקו שבו המהירות הנישאת שווה למהירות המסלול קובע היכן הירח עוזב; האיזון בין האגס לליבה קובע היכן נמצא הקו הזה; והתנע הזוויתי שעמו התחיל כדור הארץ מספיק, עם עודף של כ-1% שהשמש תוציא מאוחר יותר.

E.1 המסקנות הקודמות שנשמרו

המסקנות הבאות מגרסאות קודמות של מאמר זה נשארות בתוקף ונשמרות כאן, עם ערכי הייחוס המקוריים שלהן.

1. תנאי השחרור קובע את מבחן המהירות; שחרור ישיר מפני השטח והעברה בקורוטציה הם תנאי התחלה שונים. שחרור מפני השטח משאיר פער מהירויות (A.1.2§); העברה בקורוטציה אינה משאירה פער (B.2§).
2. ערך הייחוס המקורי הוא כ-15,818 ק"מ, בזמן סיבוב של 5.5 שעות ובהגדרת המסה שנקבעה עבורו. זה הקו לפני שהעברה החלה; ערך השחרור של כ-16,400 ק"מ הוא הקו אחרי שהאגס והליבה פעלו (B.1§).
3. התוספת לחומר היא כ-15.6% בבסיס וכ-16.5% בפתרון המצומד; כ-17.7% הוא התנע הזוויתי המסלולי הסופי בקירוב חלקיק הבוחן, למצב המצומד עם האגס לבדו ($D = 1$, 6.44 שעות, 17,569 ק"מ); במצב השחרור עם $D = 2$ מחזיק מסלול הירח כ-17.0% (B.1§). שלושת האחוזים האלה מודדים גדלים שונים: שני הראשונים — את התנע הזוויתי שהחומר צריך לרכוש במהלך ההעברה (A.6.2§); השלישי — את חלק התקציב שמסלול הירח מחזיק בסוף.
4. המבנה הפנימי והגאומטריה הווקטורית משפיעים על התוצאה, ולכן נכללו כמבחני רגישות ולא כערכי עבר מדודים.
5. הקורוטציה מספקת את המהירות ואת התקציב. ניתוק מכני מעבר לקורוטציה, התרחקות מתמשכת ושרידות בתחום רוש הם שלושת התנאים שהמסלול מציב למנגנון שלו; הם מרוכזים ב-D.3§.

עבודה נוספת — פתחים למחקר

החישובים במאמר זה מגדירים את הנתונים לעבודה נוספת שקבוצות מחקר אחרות מצוידות לבצע. כל פריט מציין חישוב שמאמר זה אינו מבצע, ואת המאמר בסדרה שישתמש בתוצאתו.

1. **בעיית Maclaurin המרובדת.** מצב הסיום המצומד (A.6.2§) משתמש בצורה אחידה עם מקדם התמד משתנה. טיפול Clairaut–Darwin–Radau בגוף אם שבו הברזל שוקע נותן את רדיוס הקורוטציה עבור הליבה המתרכזת באופן עקבי-עצמי (כ-16,300–16,400 ק"מ ב- $D = 2$), ומעביר למאמר 4 את מסלול המוצא שלו. שיטת Clairaut–Darwin–Radau היא הדרך המקובלת לחשב את צורתו של גוף מסתובב שצפיפותו עולה פנימה; היא תחליף את הצורה האחידה שבה משתמשים כאן בצורה שעוקבת אחר הברזל השוקע.
2. **הפיזור (דיסיפציה) של כדור הארץ הקדום.** ההתרחקות מכ-2.6 רדיוסי כדור הארץ (16,400 ק"מ; 2.8 רדיוסי כדור הארץ במצב הקודם של האגס לבדו, ביממה של 6.44 שעות) נקבעת על ידי k_2/Q ועל ידי ההיסטוריה שלו; הערך הנוכחי חריג. כאן k_2 מודד עד כמה כדור הארץ מתעוות תחת גאות, ו- Q — כמה מאנרגיית הגאות הוא מפזר; היחס ביניהם קובע את מהירות התרחקות הירח. מודלים של תהודת אוקיינוס שירוצו מן היממה של 5.77 שעות ברגע השחרור (ולא מן היממה של 6.4 שעות במצב הקודם, של האגס לבדו) יתנו את פונקציית הקצב שמאמר 4 זקוק לה.
3. **ההתפשטות התרמית של גוף האם.** 120 הק"מ שאומצו כאן (98–520 קבילים) הם הערכה מעומק אוקיינוס המאגמה ומהתפשטות ההתכה; אינטגרציה של משוואת מצב לכדור ארץ קדום, חם ועשיר בחומרים נדיפים, תקבע אותם, ועמם את חלון הסיבוב.
4. **תחילת ההתרחקות.** גוף המשתחרר בדיוק על קו הקורוטציה נמצא במצב ניטרלי מבחינה גאותית: כדור הארץ מסתובב פעם אחת בזמן שהגוף משלים הקפה אחת, והגאות אינה דוחפת אותו החוצה ואינה מושכת אותו פנימה. ברגע שהגוף נמצא מעבר לקו, הגאות דוחפת אותו החוצה, ולכן הירח מתרחק מן ההתחלה (B.8§; מאמר 4, B.2§). הניתוק משאיר את מרכז המסה מעבר לקו במרווח השחרור $\Delta r \approx 2d_0$, כ-210 ק"מ (D.3, §E.1§). אינטגרציה גאותית עם ראולוגיה תלוית-תדר בשני הגופים, היוצאת ממצב השחרור של מאמר 3, תקבע את טווח המרווח ואת קצב ההתרחקות הראשונה. "ראולוגיה תלוית-תדר" פירושה שהאופן שבו כל גוף נכנע לגאות תלוי במהירות שבה הגאות משתנה.
5. **שרידות בתוך גבול רוש הנוזלי.** הערכת המאמץ בסדר גודל שבנספח "הערכת תאוצה ומאמץ" אינה פתרון עיוות. חישוב ויסקו-אלסטי של הגוף הקשיח בן 1,890 ק"מ, בכ-16,400 ק"מ מכדור הארץ, לאורך 10^1 – 10^3 השנים שהוא שווה שם, יחליף אותה. חישוב ויסקו-אלסטי מתייחס לגוף כאלסטי בזמנים קצרים וכזורם לאט בזמנים ארוכים, וכך מתנהג גוף חם בעל קליפה חיצונית קשיחה.
6. **המסלול הקלאסי.** הגורם 2.74 בנקודת ההתפצלות של Jacobi מחושב; נקודת צורת האגס לאורך סדרת Jacobi דורשת אימות של הערכים הטבלאיים, וחישוב מודרני של הסדרה עבור המסה והצפיפות האלה יכריע בכך. סדרת Jacobi היא משפחת צורות שיווי המשקל המוארכות, בעלות שלושה צירים, שאליהן עובר גוף נוזלי המסתובב מהר מעבר לצורות (§A.6.5) Maclaurin.

זמינות הקוד

כל התוצאות המספריות של מאמר זה משוחזרות על ידי הסקריפטים של חבילת השחזור של LEF (Python 3, numpy, scipy), המדפיסה את ערכי כל סעיף מן הנתונים המוצגים בטקסט. החבילה מלווה את הסדרה כחומר משלים ומופקדת ב-doi:10.5281/zenodo.22743615 (Zenodo; ה-DOI מוביל תמיד לגרסה העדכנית).

נספח A — גזירת הקורוטציה, הגדרות וקבועים

נספח זה מקבע את ההגדרות שעליהן נשען כל מספר במאמר. הוא תומך ברדיוס הקורוטציה של A.2.1§ ושל A.5§ (15,818 ק"מ עבור יום הייחוס של 5.5 שעות) ובמרחק השחרור של B.1§. קורא שמבקש לבדוק תוצאה כלשהי צריך להתחיל כאן, משום שרוב אי-ההתאמות הנראות בין שחזורים נובעות מבחירה שונה של מסה, מרחק או קבוע, ולא מפגיזקה שונה.

הגזירה המלאה והקצרה נמצאת ב-B.1§. יש להבחין בין שתי מסות. M_{tot} היא המסה ההתחלתית הכוללת: כדור הארץ והחומר הירחי יחד, לפני שחלק כלשהו ממנו עזב. $M_{\oplus}$ היא מסת ההורה הסופית: כדור הארץ לאחר שהחומר הירחי שויך לגוף השני. שימוש באחת במקום שבו נדרשת האחרת סופר את מסת הירח פעמיים, או אינו סופר אותה כלל.

יש להבחין גם בין שני מרחקים. רדיוס הנמדד ממרכז ההורה אינו רדיוס הנמדד ממרכז המסה של המערכת; מרגע שקיים גוף שני בעל מסה ממשית, שני הגופים סובבים סביב מרכז המסה המשותף שלהם, הנמצא מעט הרחק ממרכז כדור הארץ. במקרה של שני גופים, המרחק r נמדד בין המרכזים, והפרמטר הכבידתי (מכפלת קבוע הכבידה במסה המושכת) הוא $G (M_{\oplus} + m)$, משום שכל גוף מקיף בהשפעת משיכתו של האחר, והתנועה היחסית נקבעת על ידי סכום המסות.

הקבועים הם קלטי המקור כפי ששוחזרו, ולא התאמה חדשה לאפמריס (טבלה של מיקומים נצפים). לכן שינוי בהגדרת המסה מחייב חישוב חדש, ולא החלפה שקטה של התווית 15,818: המספר הזה שייך להגדרה מוצהרת אחת, והגדרה אחרת מניבה מספר אחר.

נספח B — הגאומטריה המסתובבת ותקציב התנע הזוויתי

המצומד

נספח זה גוזר את הצורה ואת התנע הזוויתי של כדור הארץ הצעיר לפני שההעברה מתחילה. הוא תומך בתקציב ההתחלתי $L_0 \simeq 3.466 \times 10^{34}$ ק"ג·מ"ר/ש' של A.6.1§ ושל B.1§, בהשוואה למערכת הנוכחית ב-A.6.3§, ובתחום המותר של איור 5 ב-A.6.4§. השלבים הם: לקבע את המסה ואת הגודל; למצוא את הצורה הפחוסה שגוף אחיד מקבל בסיבוב של 5.5 שעות; לחשב את מומנט ההתמד שלו; ולהכפיל במהירות הסיבוב.

Appendix B.1 גזירת המבנה ההתחלתי — טקסט הבסיס כפי שנשמר

שלב 1: המסה. אנו מאמצים $G = 6.674 \times 10^{-11}$, $M_{\oplus} = 5.972 \times 10^{24}$ ק"ג ו- $m = 7.35 \times 10^{22}$ ק"ג. לפני ההעברה החומר הירחי עדיין חלק מכדור הארץ, ולכן ההורה נושא את שתיהן. בקוד נשמר הסכום המדויק של הערכים המאומצים:

$$M_{\text{tot}} = M_{\oplus} + m = 6.0455 \times 10^{24} \text{ kg}.$$

הערכו המעוגל במקור הוא 6.045×10^{24} . הפרש העיגול מסביר הבדלים קטנים בין שחזורים; אין זה הבדל פיזיקלי.

שלב 2: הגודל. רדיוס הייחוס המוגדר דרך הצפיפות הארצית הממוצעת הוא כ-6,397 ק"מ: זהו הרדיוס שהיה לכל המסה ההתחלתית בצפיפות של כדור הארץ הנוכחי. כדור הארץ הצעיר במודל חם ומורחב. תוספת מאומצת של 120 ק"מ נותנת רדיוס נפחי $R_{V,0} = 6,517$ ק"מ (רדיוס של כדור שנפחו שווה לנפח הגוף הפחוס) וצפיפות של כ-5,214 ק"ג/מ"ק.

שלב 3: הצורה. גוף נוזלי אחיד המסתובב מתייצב בצורה פחוסה, רחבה יותר במשוואה מאשר בין הקטבים. עבור גוף בעל צפיפות אחידה צורה זו היא ספרואיד מקלורן (Maclaurin), וצורתו נקבעת במשוואה אחת [1]:

$$\mathcal{M}(e) = \frac{2\sqrt{1-e^2}}{e^3} (3 - 2e^2) \arcsin e - \frac{6(1-e^2)}{e^2}, \quad \frac{\omega^2}{\pi G \rho} = \mathcal{M}(e).$$

במילים: האגף השמאלי, $\omega^2 / (\pi G \rho)$, מודד עד כמה מהר הגוף מסתובב לעומת עוצמת הכבידה העצמית המחזיקה אותו יחד (ω היא מהירות הזווית, ρ הצפיפות). האגף הימני, $\mathcal{M}(e)$, הוא הפחיסות שהאיזון הזה מחייב, הכתובה באמצעות האקסצנטריות e של חתך המרידיאן — $e = 0$ הוא כדור, ו- e גדלה ככל שהגוף נפחס. בהינתן הסיבוב והצפיפות, פותרים את המשוואה עבור e .

כאשר e ידועה, הרדיוס המשווני a והרדיוס הקוטבי c נובעים מהרדיוס הנפחי:

$$a = \frac{R_V}{(1-e^2)^{1/6}}, \quad c = R_V (1-e^2)^{1/3}.$$

שני הביטויים האלה שומרים על הנפח קבוע: $a^2 c = R_V^3$, כך שהגוף נפחס בלי להוסיף או לאבד חומר.

עבור סיבוב נתון מתחת למקסימום, למשוואת מקלורן יש שני פתרונות: אחד פחוס מעט ואחד פחוס מאוד. גוף שמהירות סיבובו עולה בהדרגה מכדור הולך לפי הראשון. בענף הקרוב לצורה הכדורית מתקבלים $e_0 \simeq 0.4107$, $a_0 \simeq 6,721$ ק"מ ו- $c_0 \simeq 6,128$ ק"מ — משווה הרחוק מהמרכז בכ-600 ק"מ יותר מהקטבים.

שלב 4: מומנט ההתמד והתנע הזוויתי. מומנט ההתמד מודד עד כמה קשה להביא גוף לסיבוב, והוא תלוי במרחק המסה שלו מהציר. עבור ספרואיד אחיד הסובב סביב צירו הקצר הוא שווה ל- $\frac{2}{5}$ מהמסה כפול ריבוע

הרדיוס המשווני. התנע הזוויתי הוא מומנט ההתמד כפול מהירות הזווית:

$$I_0 = \frac{2}{5} M_{\text{tot}} a_0^2 \simeq 1.092 \times 10^{38} \text{ kg m}^2,$$

$$L_{\text{initial}} = I_0 \omega_0 \simeq 3.466 \times 10^{34} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}.$$

כאן $\omega_0 = 2\pi/19\,800 \text{ ש}^{-1}$, מהירות הזווית של יום בן 5.5 שעות. המספר שבמסגרת הוא כל התקציב שההעברה יכולה לשאוב ממנו; A.6§ משווה אותו למערכת כדור הארץ-ירח הנוכחית.

צפיפות אחידה היא קלט חישוב. היא מתארת הורה שעדיין נמצא בשלב מוקדם של התמיינות: ייתכן שברזל כבר התאסף בליבה בהתחלה, והתארגנות הליבה נמשכה לאורך ההעברה ואחרי השחרור. גוף שלא השלים התמיינות אינו בהכרח אחיד; השפעת הסטיות מצפיפות אחידה נבדקת להלן במבחן רגישות (נספח C ו-A.4.1§).

Appendix B.2 סריקת ההתפשטות המקורית

התפשטות של 120 ק"מ היא ערך מאומץ, ולכן השאלה היא עד כמה התוצאה תלויה בו. הטבלה עונה על כך. כל שורה נותנת התפשטות אחת; העמודה השנייה היא הרדיוס הנפחי המתקבל; השלישית היא העודף של התקציב ההתחלתי על התקציב הנוכחי אם היום בן 5.5 שעות; הרביעית היא היום ההתחלתי הארוך ביותר שבו התקציב עדיין שווה לנוכחי (התקרה הסקלרית). קראו את הטבלה מלמעלה למטה: ככל שההתפשטות גדלה, הגוף גדל, מומנט ההתמד שלו עולה, ועמו גדלים גם העודף וגם התקרה.

התפשטות מאומצת, ק"מ	רדיוס נפחי, ק"מ	עודף ב-5.5 שעות	תקרה סקלרית, שעות
0	6,397	-3.3%	5.34
98	6,495	0.0%	5.50
120	6,517	+0.7%	5.54
200	6,597	+3.5%	5.67
300	6,697	+7.0%	5.84
520	6,917	+15.0% (גרסה קודמת נתנה 6.22)	6.21

סריקת ההתפשטות: הרדיוס הנפחי, העודף בתקציב ביום של 5.5 שעות והתקרה הסקלרית, לכל ערך של התפשטות מאומצת.

שתי שורות מסמנות את קצוות התחום המותר. ללא התפשטות, התקציב חסר ב-3.3% לעומת הנוכחי, כך שהורה שלא התפשט והמסתובב ב-5.5 שעות לא היה יכול לספק את המערכת של היום. ב-98 ק"מ התקציב שווה בדיוק לנוכחי; זוהי ההתפשטות הקטנה ביותר שעובדת. ב-520 ק"מ העודף מגיע ל-15%, הגבול המאומץ למה שעשוי היה לאבוד מאוחר יותר לשמש. התחום 98–520 ק"מ של D.3§ נובע משתי השורות האלה.

הטבלה נשמרה מטבלת המקור כמבחן רגישות של המודל הסקלרי. התקרה של 5.54 שעות שייכת למצב הייחוס, ולא לכל מבנה אפשרי. הרצפה של 4.90 שעות נשענת על תקרת אובדן חיצוני מאומצת של 15%; אין כאן גזירה עצמאית של תקרה זו. לכן התחום 4.90–5.54 שעות אינו אילוץ תצפיתי מוכח; זהו החלון שבתוכו הקלטים המאומצים נשארים עקביים.

גם 120 הק"מ הם פרמטר מאומץ. השימוש בפרמטר זה לייצוג התפשטות תרמית אינו מחליף חישוב של משוואת מצב (חישוב העוקב אחר השתנות צפיפות החומר עם הלחץ והטמפרטורה, שכבה אחר שכבה). קביעת ההתפשטות של גוף תחת לחץ מחייבת אינטגרציה של המבנה והצפיפות; הערכה ליניארית המבוססת על עומק

השכבה ועל מקדם התפשטות אינה בסיס עצמאי סגור. רשימת העבודה ההמשכית מציינת חישוב זה כפתח למחקר.

נספח C — חישוב ההתמיינות ומבחני הרגישות

נספח זה מתאר כיצד הוקם החישוב הדו-שכבתי שמאחורי A.4§ ו-A.4.1§, ועד כמה אפשר לסמוך על מספריו. הוא תומך בטבלת המחזורים הסופיים ורדיוסי הקורוטציה כפונקציה של יחס הצפיפויות D (עבור $D = 2$: 5.77 שעות ו-16,331 ק"מ), ובערך $k = 0.360$ של B.6§. הרעיון הפיזיקלי הוא המחליקה המקרבת את זרועותיה: כאשר הברזל שוקע לעבר המרכז, מומנט ההתמד יורד, וכיוון שהתנע הזוויתי קבוע, הסיבוב מואץ.

למודל שתי שכבות: פנימית וחיצונית. q הוא היחס בין הרדיוס הנפחי הפנימי לחיצוני, ו- D הוא היחס בין צפיפויותיהן. השכבות אינן דחיסות והן בסיבוב משותף, כך שהן סובבות יחד כגוף אחד. נפח הגוף הסופי קבוע בכל התרחישים; המצב ההתחלתי המשמש לקביעת L_0 נשאר הומוגני, כך שכל תרחיש מתחיל מאותו תקציב ונבדל רק באופן שבו הגוף הסופי סידר את מסתו.

לכל תרחיש נפתר פוטנציאל אפקטיבי קבוע על שני הגבולות: כל גבול נדרש להיות משטח של פוטנציאל כבידתי וצנטריפוגלי משולב שווה, וזהו התנאי לכך ששכבה נזלית תהיה במנוחה במערכת המסתובבת. לאחר מכן I מחושב ישירות מהצפיפות ומהצורה, ואינו נלקח מנוסחה לגוף אחיד. אין כאן מסלול התמיינות בזמן ואין משוואת מצב: החישוב משווה מצבי קצה, ואינו עוקב אחר שקיעת הברזל צעד אחר צעד.

שתי בדיקות קובעות את הדיוק. מתן חופש לצורות הגבולות להשתנות (במקום לכפות עליהן להיות ספרואידים מדויקים) שינה את הרדיוס בעד כ-2.5 ק"מ בסריקת $q = 0.55$ — מעט לעומת רדיוס קורוטציה של יותר מ-15,000 ק"מ. שינוי הרזולוציה הנומרית שינה את הרדיוסים בכמה מטרים; שאריות השדה אינן מתכנסות באופן מונוטוני בכל בדיקה, ולכן אין טענה לדיוק פיזיקלי ברמת המטר. התוצאות אמינות ברמת הקילומטר, שהיא הרמה שבה המאמר משתמש בהן.

נספח D — התיקון הווקטורי לתקציב והמסירה למאמר 4

החישוב הראשי משחרר את הירח במישור המשווה. נספח זה שואל מה משתנה אם נקודת השחרור נמצאת מחוץ למשווה. הוא תומך במשוואת התקציב של A.6.6§ ובערכי הרגישות המצוטטים שם. הנקודה היא גאומטרית: מחוץ למשווה, התנע הזוויתי המסלולי של הירח ותנע הסיבוב של כדור הארץ כבר אינם מצביעים לאורך אותו ציר, ותנעים זוויתיים המצביעים לכיוונים שונים מתחברים כחצים, ולא כמספרים פשוטים.

במערכת צירים שבה z הוא ציר הסיבוב הסופי, ו- λ הוא קו הרוחב של נקודת השחרור הנמדד ביחס למשווה שלו, התנע הזוויתי הכולל הוא:

$$\mathbf{L}_{\text{tot}} = (-H \sin \lambda, 0, S + H \cos \lambda), \quad H = \mu_{\text{red}} \omega r^2 \cos \lambda.$$

כאן S הוא תנע הסיבוב של כדור הארץ, לאורך הציר. H הוא התנע הזוויתי המסלולי של הירח: μ_{red} היא המסה המצומצמת של הזוג, ω מהירות הזווית המשותפת, ו- $r \cos \lambda$ המרחק של נקודת השחרור מציר הסיבוב — רק מרחק זה קובע את המהירות שהסיבוב מספק. החץ המסלולי נוטה בזווית λ מציר הסיבוב, ולכן יש לו רכיב $H \cos \lambda$ לאורך הציר ורכיב $-H \sin \lambda$ בניצב לו.

אורך החץ הכולל מתקבל מהעלאת הרכיבים בריבוע וחיבורם:

$$L_0^2 = (H \sin \lambda)^2 + (S + H \cos \lambda)^2 = S^2 + H^2 + 2SH \cos \lambda.$$

מכאן משוואת התקציב של A.6.6§: התקציב ההתחלתי חייב להיות שווה לאורך הזה. ב- $\lambda = 0$ היא מצטמצמת לסכום הפשוט $L_0 = S + H$ של החישוב המשווני. הזווית בין הסיבוב לבין התנע הזוויתי הכולל היא:

$$\beta = \arctan \left(\frac{H \sin \lambda}{S + H \cos \lambda} \right).$$

זווית זו אומרת עד כמה ציר הסיבוב הסופי של כדור הארץ נוטה מהציר של המערכת כולה — נקודת המוצא להטיות שמאמר 4 עוקב אחריהן.

עבור המבחן $\lambda = 25^\circ, D = 1, q = 0.55$, מתקבלים כ-17,177 ק"מ ו- 3.85° בקירוב של חלקיק מבחן, או כ-17,240 ק"מ ו- 3.84° עם שתי מסות. 25° הוא ערך למבחן רגישות, שנבחר כדי להראות את גודל התיקון; קו הרוחב המאומץ לשחרור הוא 22.5° , מרכז אזור המגע, והשחרור שם מחושב מחדש במאמר 4 (*The Orbit*). אלה תוצאות רגישות מוצעות, שאינן מחליפות את ערכי הייחוס. המספרים הקודמים 17,115 ו- 4.48° הופרדו ביומן משום שנדרש להם תיקון של עקביות מערכת הצירים: הם ערבבו וקטורים שבוטאו ביחס לצירים שונים. משוואה קינמטית זו אינה מחשבת כיצד הציר משתנה עם הזמן; היא נותנת את המצב ברגע אחד.

התיעוד המלא, כולל החומר המסלולי המיועד למאמר 4: LEF_PaperI_Calculation2_Latitude25_HE.

נספח E — חישובי רוש והנחות ההישרדות

נספח זה נותן את הרקע ל-A.7§ ול-B.7§: שני גבולות רוש והערכה ראשונה של עוצמת העומס שהגאות של כדור הארץ מטילה על הירח הצעיר. גבול רוש הוא המרחק שבתוכו ההפרש בין משיכת כדור הארץ בצד הקרוב ובצד הרחוק של לוויין (המתיחה הגאותית) עולה על הכבידה העצמית של הלוויין המחזיקה אותו יחד. גוף שמתעוות בחופשיות, כמו נוזל, מתארך ובכך מגדיל את המתיחה על עצמו; הגבול שלו רחוק יותר (מקדם 2.44). לגוף ששומר על צורתו יש גבול קרוב יותר (מקדם 1.26). השאלה שנספח זה עונה עליה היא מה גודל העומס הגאותי במרחק השחרור, ומה עוד נדרש כדי להפוך את העומס הזה לתוצאת הישרדות.

המקדמים 1.26 ו-2.44 והגדרות הגבולות נשמרו מהטקסט הקודם. לפני ההגשה יש להשלים אימות ממוקד של המקור למקדם הקרוי "קשיח" ושל תחום תקפותו. אין בו חוק חוזק לקרום: הגבול הקשיח מתאר גוף שאינו משנה צורה, בלי לומר איזה חוזק חומר מאפשר זאת.

הערכת התאוצה והעיוות — טקסט חישוב קודם כפי שנשמר

ההערכה משווה שתי תאוצות. Δa היא המתיחה הגאותית: ההפרש בין משיכת כדור הארץ במרכז הגוף לבין משיכתו על פני הגוף, לאורך הקו לכדור הארץ. g_s היא הכבידה העצמית על פני הגוף. עבור רדיוס גוף $R_s = 1890$ ק"מ:

$$\Delta a \simeq \frac{2GM_\oplus R_s}{r^3}, \quad g_s = \frac{Gm}{R_s^2}.$$

המתיחה יורדת עם החזקה השלישית של המרחק r : חציית המרחק מגדילה אותה פי שמונה. ב-15,818 ק"מ מתקבלים $\Delta a \simeq 0.381$, $g_s \simeq 1.373$ מ"ש² ויחס של כ-0.277. היחס משווה את המתיחה הגאותית לכבידה העצמית: מתחת לאחד, הכבידה העצמית גוברת, ובמרחק זה הגאות היא מעט יותר מרבע מהכבידה העצמית של הגוף. יחס מתחת לאחד הוא הכרחי, אך אינו מכריע את השאלה עבור גוף מתעוות; העיוות של גוף חם במשך השנים שהוא שווה בתוך הגבול הנוזלי הוא תנאי ההישרדות של D.3§.

השלב הבא ממיר את התאוצה למאמץ ואת המאמץ לזמן. אפשר לבנות הערכת מאמץ:

$$\sigma_{\text{tidal}} \sim \rho_s \Delta a R_s \sim 1.9 \times 10^9 \text{ Pa}, \quad t_{\text{strain}} \sim \frac{\varepsilon_* \eta}{\sigma_{\text{tidal}}}.$$

הביטוי הראשון הוא עומס דמוי-משקל של עמוד מחומר הגוף, בצפיפות ρ_s ובגובה R_s , תחת התאוצה Δa . השני אומר כמה זמן לוקח לחומר בעל צמיגות η (התנגדותו לזרימה, בפסקל-שניות) להגיע לעיוות ε_* — שינוי צורה יחסי — תחת המאמץ הזה: ככל שהחומר קשיח יותר, כך הדבר אורך זמן רב יותר.

בחירת $\varepsilon_* = 0.5$ (שינוי צורה במחצית) ו- $\eta = 10^{19}$ Pa·s נותנת כ-85 שנים (בצפיפות 2,600 ק"ג/מ"ק, $\Delta a \simeq 0.381$ מ"ש² ורדיוס 1,890 ק"מ המאמץ הוא 1.87×10^9 פסקל; גרסה קודמת של ההערכה נתנה 1.4×10^9 פסקל ו-116 שנים, ערך שמתאים לצפיפות גוף של כ-1,950 ק"ג/מ"ק). זוהי הערכה של עיוות תחת מאמץ מייצג קבוע, ולא חישוב של זמן התפרקות. יש לבחון את הראולוגיה (האופן שבו החומר מגיב לעומס לאורך זמן), את הצורה, את המאמץ המשתנה ואת זמן ההייה בפועל.

הערכה זו נשמרת כתלות פרמטרית: היא מראה כיצד הזמן משתנה עם הצמיגות ועם המאמץ, כך שקורא יוכל להציב ערכים אחרים. זמן ההייה עצמו שייך לחישוב המסלולי ואינו מאומץ כאן. מסמך החישוב השלישי מרכז את בדיקות רוש, העומס והמסלול ואת ההפרדה בין תוצאה לבין דרישה פתוחה:

LEF_Paper1_Calculation3_Release_Survival_HE. העומס המכני מיועד למאמר 3 (*LEF Mechanism in*)
(*Practice*) והטבלאות המסלוליות למאמר 4 (*The Orbit*).

נספח F — עבודה קודמת, חידוש ותיעוד המבחנים

נספח זה מפרט, רכיב אחר רכיב, מה המאמר לוקח מהפיזיקה הקודמת ומה הוא מוסיף. הוא תומך בהצהרת החידוש של D.2§. יש לקרוא את הטבלה שורה אחר שורה: העמודה הראשונה מציינת רכיב של הטיעון, השנייה אומרת אם הוא פיזיקה סטנדרטית, עבודה קודמת או יישום של המאמר עצמו, והשלישית אומרת כיצד המאמר משתמש בו. הדפוס מכוון: החוקים ישנים; החדש הוא היכן הם מוערכים וכיצד הם משולבים בתרחיש מקושר אחד.

רכיב	סיווג	הטיפול במאמר
מהירות מעגלית וקורטציה	פיזיקה סטנדרטית [8]	גזירה ויישום, בלי טענה להמצאת החוק
מקלורן ויעקובי (Maclaurin, Jacobi)	פיזיקה קודמת [1]	תצורה מוגדרת ותחום הנחות
גאות וסימן העברת התנע הזוויתי	פיזיקה קודמת [2–4,6]	הצגת המקרה התקף והגבלת ההכללה
שתי שכבות מסתובבות	שיטה עם עבודה קודמת [5]	החישוב של העבודה ומבחן רגישות
שילוב מסה, צורה ותקציב בתרחיש המקושר	יישום של העבודה	תוצאות ניתנות לשחזור; הבכורה המלאה פתוחה לבחינה
רוש בגוף דינמי	מבחן ייחוס עם מגבלות [1,9]	אין הוכחת הישרדות ממקדם יחיד

רכיבי הטיעון: מה נלקח מפיזיקה קודמת ומה מוסיף המאמר.

לפני ההגשה נדרשת גם השוואה ממוקדת לעבודות קודמות על יציבות סינכרונית ועל מצבי שיווי משקל, כדי להעריך בכורה; בפרט, ההפניות ל-Counselman, ל-Hut ול-Grjebine & Marchal מתייעוד הביקורת הקודם אינן מסומנות כאן כמאומתות מחדש. אלה משימות ביבליוגרפיות פתוחות, ולא תוצאות חדשות.

מבחן העורך נשמר: לכל טענה מרכזית יש לזהות את מעמדה, להגדיר הנחות ותוצאה, לחשוף את הרגישות, ולספק דרך לשחזור. טבלת הטענות המרכזיות ב-D.1§ (בטקסט המוקדם סומנה "Table E.4"), יחד עם טבלת ההנחות והדרישות ב-D.3§, ממלאות את המבנה; היעדר פתרון להישרדות מסומן כפתוח ואינו הופך ל-PASS.

- Chandrasekhar, S. (1969). *Ellipsoidal Figures of Equilibrium*. Yale University Press. Source from [1] the existing text; exact page references for the sequence values and the Roche coefficients require completion before submission.
- Ferraz-Mello, S., Rodríguez, A., & Hussmann, H. *Tidal friction in close-in satellites and exoplanets*. [2] *The Darwin theory re-visited*. Authors' version: <https://arxiv.org/abs/0712.1156>
- Leconte, J., Chabrier, G., Baraffe, I., & Levrard, B. (2010). *Is tidal heating sufficient to explain [3] bloated exoplanets? Consistent calculations accounting for finite initial eccentricity*. DOI: 10.1051/0004-6361/201014337
- Efroimsky, M., & Makarov, V. V. (2013). *Tidal Friction and Tidal Lagging. Applicability Limitations of [4] a Popular Formula for the Tidal Torque*. ApJ, 764, 26. DOI: 10.1088/0004-637X/764/1/26
- Huré, J.-M. (2022). *Nested spheroidal figures of equilibrium I. Approximate solutions for rigid [5] rotations*. Author's version: <https://arxiv.org/abs/2202.11044>
- Darwin, G. H. (1879). *On the precession of a viscous spheroid, and on the remote history of the [6] Earth*. DOI: 10.1098/rstl.1879.0073
- Meier, M. M. M., Reufer, A., & Wieler, R. (2014, preprint). *On the origin and composition of Theia: [7] Constraints from new models of the Giant Impact*. Authors' version: <https://arxiv.org/abs/1410.3819>
- Battin, R. H. (2008). *The Two Body Problem*. MIT 16.346, Lecture 1. [8] https://ocw.mit.edu/courses/16-346-astrodynamics-fall-2008/resources/lec_01
- Yu, H., Lau, S. Y., Mckeever, E., Arras, P., & Weinberg, N. N. (2025). *Dynamical tide modified [9] Roche limit in eccentric, asynchronous binaries*. Authors' version: <https://arxiv.org/abs/2508.20183>

נספח G — טבלת הסביבה הפיזיקלית המחייבת את החישובים

נספח זה הוא הגרסה המלאה של טבלת הסביבה החישובית שבתחילת המאמר. מטרתו מעשית: כל חישוב בסדרה נעשה עבור רגע מסוים ומקום מסוים בתרחיש, והטבלה רושמת, גודל אחר גודל, מה ידוע, מה מאומץ ומה עדיין פתוח בכל רגע. היא מונעת את הטעות הנפוצה ביותר בשחזור מצב קדום — שאילת ערך מכדור הארץ הנוכחי, או משלב אחר, והצבתו במקום שאינו שייך אליו. כל שורה נושאת מזהה (E01, E02, ...) כדי שמאמרים מאוחרים יותר יוכלו לצטט אותה.

כיצד לקרוא את הטבלה

כל שורה נושאת אחד מחמישה מעמדות. **מאומץ:** קלט שנבחר במודל. **מחושב:** תוצאה בתוך הנחות מסוימות. **משוחזר:** חישוב שהקוד שלו הורץ ושוחזר, בלי שהדבר מאשר את כל הנחותיו. **פתוח:** טרם נקבע או טרם הודגם. **אילוץ נוכחי:** נתון על המערכת כיום שנועד להגביל שחזור קדום, ואינו מדידה של העבר.

העמודות עוקבות אחר התרחיש בזמן. השלבים אינם שלוש מערכות נפרדות: A — מצב ייחוס לפני חלוקת המסה, כאשר החומר הירחי עדיין נספר בכדור הארץ; B — בנייה והעברה, בזמן שהגוף גדל ועולה; C — מצב קרוב לשחרור. כל המספרים בעמודה C מתייחסים למצב ייחוס מצומד מוגדר, ולא למסלול התפתחות שכבר נפתר במלואו. התמיינות, קו רוחב שאינו אפס או ערבוב של מקורות חומר מחייבים חישוב עקבי נוסף.

הטבלה מחולקת לגושים לפי נושא: זמן, מסה וגאומטריה; פנים כדור הארץ, סיבוב ותנע זוויתי; כבידה והיכן היא נמדדת; חום, חומר, זרימה והחיבור; ושני עדכונים מאוחרים של המחבר על חומרים נדיפים, התקררות וציר הזמן.

טבלת הסביבה — זמן, מסה וגאומטריה

גוש ראשון זה מקבע את הנהלת החשבונות: מתי התרחיש מתרחש, כמה מסה יש ולאיזה גוף משויך כל חלק, מה גודל הגופים, והיכן נמצא המקור. שימושו העיקרי הוא למנוע ספירה כפולה — אסור שאותו חומר ייספר גם בכדור הארץ וגם בירח — ולהפריד בין גדלים השייכים למצבי ייחוס שונים.

מזהה	מה נראה או נמדד	A — מצב ייחוס	B — במהלך הבנייה	C — קרוב לשחרור	מעמד ומשמעות לחישוב
E01	התקופה	לפני כ-4.5 מיליארד שנים	בתוך אותה תקופת היווצרות משוערת	גיל הניתוק המדויק טרם נקבע	מסגרת התרחיש; אין תיארוך מדויק של האירוע המוצע
E02	הזמן שחלף	$t = 0$ לפי הגדרת תחילת ההעברה	t מתקדם; קצב הבנייה פתוח	t_{det} פתוח	600 מיליון שנה אינם זמן סגירה מדוד; גם משך חלופי קצר יותר טרם נקבע

E03	שלב הגוף	החומר הירחי עדיין משויך למסת ההורה בחשבון הייחוס	הבליטה והגוף המחובר גדלים עם הזמן	גוף מחובר עד לכשל החיבור	אסור להחיל את מלוא מסת הירח על בליטה התחלתית בלי לציין שזו דוגמת קצה
E04	מסת המערכת	$10^{24} \times 6.0455$ ק"ג	נשמרת תחת הנחת מערכת סגורה	אותה מסה אם אין אובדן	סכום הקלטים המאומצים; $10^{24} \times 6.045$ הוא עיגול בלבד
E05	מסת ההורה	$10^{24} \times 6.0455$ ק"ג	$M_E(t)$ יורדת עם ההעברה נטו	$10^{24} \times 5.972$ ק"ג בחשבון הבסיס	אינה כוללת חומר שכבר שויך לגוף המתפתח; חומר בחיבור יש לשייך במפורש
E06	מסת הגוף המתפתח	אין מסה נפרדת בחשבון הייחוס	$m(t)$ גדלה לפי קצבי ההזנה והצירוף	$10^{22} \times 7.35$ ק"ג כיעד הבסיס	המסה מאומצת מהירח הנוכחי תחת הנחת האובדן; אינה מדידה של המסה בעת הניתוק
E07	חומר במעבר ואובדנים	כלול בהורה	חומר העובר דרך האגס — המעבר המחבר בין פנים כדור הארץ לירח — וחומר בהשלכה עשויים להיות מאגר נפרד	יש לסגור את השיוך ואת האובדן	אסור לספור אותו חומר גם בהורה וגם בירח; במקרה הצורך משתמשים במאגר שלישי

E08	מקור החומר	מאגר עמוק והקליפה החיצונית העולה עם הגוף	הזנה פנימית וצירוף חיצוני במקביל	חלקו של כל מקור פתוח	החלוקה 4%/96% (פנים/קליפה) היא הערכה מתמונת הקליפה המוקדמת של מאמר 3, B.7§, ויש לחשב אותה מחדש; שבר הצירוף אינו מדוד. הקרום של הצד הרחוק של הירח הוא שכבות רבות של סיאל דחוס שנדד אל פסגת האגס, ועוד חומר שחזר אליה שוב ושוב; עובי הקליפה אינו נקבע כאן
E09	הרדיוס הנפחי של ההורה	6,517 ק"מ	$R_V(t)$ תלוי במסה, בטמפרטורה ובמבנה	פתוח במסלול הכללי	תוספת 120 ק"מ לרדיוס הקר המחושב של 6,397 ק"מ היא הנחה; אין זו התפשטות ביחס לרדיוס כדור הארץ הנוכחי באותה מסה
E10	רדיוס משווני ורדיוס קוטבי	כ-6,721 וכ-6,128 ק"מ	משתנים עם הסיבוב והמבנה	משווני כ-6,635 ק"מ בתרחיש $k = 0.4$ המשוחזר	צורת מקלורן הומוגנית בקירוב הייחוס; אין להחילה אוטומטית על גוף שכבתי
E11	צפיפות ההורה	ממוצע כ-5,214 ק"ג/מ"ק	פרופיל צפיפות מרחבי מתפתח	הפרופיל הסופי פתוח	ממוצע אינו הצפיפות המקומית בעומק ההזנה

E12	גודל הגוף המתפתח	רדיוס הבליטה ההתחלתי פתוח	$r_b(t)$ משתנה עם המסה, החום והנקבוביות	כ-1,890 ק"מ רק אם כל מסת היעד בצפיפות 2,600	כ-2,270 ק"מ מתייחס לכל מסת היעד בצפיפות 1,500 כדור; כחצי כדור בבסיס של 6,000 ק"מ, לאותה מסה צפיפות 1,300 (מאמר 3); שני גדלים של מצבי ייחוס, לא היסטוריה מחושבת
E13	המרחק בין מרכזי הגופים	לא מוגדר לפני שמובחן גוף נפרד	$D(t)$ עולה לפי מנגנון ההרמה	תלוי בתרחיש השחרור	8,991 ק"מ הם 6,721+2,270 בדוגמה של שני גופים נוגעים; אינו מצב התחלתי הכרחי
E14	מיקום המקור	בסיס האגס עמד על פני כדור הארץ ליד Kiritimati, 1.9° צפון 157.5° מערב, ברוחב 9,000–11,000 ק"מ (מאמר 3, מאמר 9); הקריאה המוקדמת סביב 25° צפון, 165° מזרח בגאוגרפיה הנוכחית נקראת כעת, לפי המחבר, כגב האגס (מאמר 3)	מקור רחב ולא נקודה מתמטית	קו הרוחב ביחס לציר הקדום פתוח	שחזור של המחבר; אינו שווה אוטומטית לקו הרוחב הדינמי של השחרור, המאומץ כ- 22.5° במאמר 4
E15	מרכזי מסה	מרכז המערכת מוגדר לכל המסה	מרכזי שני הגופים ומרכז המערכת משתנים עם החומר	יש לחשב במערכת שני הגופים	לא מניחים שמרכז כדור הארץ של היום הוא מרכז המערכת המחוברת

טבלת הסביבה, גוש ראשון: זמן, מסה וגאומטריה (E01–E15).

מה גוש זה קובע: מסת מערכת אחת, המחולקת בין שני גופים, ובמקרה הצורך מאגר שלישי של חומר במעבר; גדלי ייחוס השייכים לצפיפויות ולמצבים מוצהרים; ומקור שהוא אזור רחב, לא נקודה.

טבלת הסביבה — פנים כדור הארץ, סיבוב ותנע זוויתי

הגוש השני עוסק בגדלים הקובעים את הסיבוב ואת התקציב: כיצד המסה מסודרת בתוך כדור הארץ (מקדם ההתמד k , שהוא 0.4 לכדור אחיד וקטן יותר כאשר המסה מרוכזת לעבר המרכז), מומנט ההתמד, המחזור, ציר הסיבוב, התנע הזוויתי הכולל ורדיוס הקורטציה. אלה הגדלים של חלקים A ו-B; הגוש רושם אילו ערכים שייכים למצב הייחוס ואילו למצב המצומד הקרוב לשחרור, כדי שהשניים לא יעורבבו.

מזהה	גודל	A — מצב ייחוס	B — במהלך הבנייה	C — קרוב לשחרור	מעמד ומשמעות
E16	ארגון החומר הצפוף	$k = 0.4$ לייחוס ההומוגני	הברזל שוקע והצפיפות מתארגנת בתרחיש	k_f אינו ידוע מראש	גוף שלא השלים התמיינות אינו בהכרח אחיד
E17	מקדם ההתמד k	0.4	$k(t)$ נדרש לחישוב	0.4 בבסיס; ערכים נמוכים יותר במבחן הרגישות	0.3307 ו-0.3644 הם קלטי רגישות, לא מדידות של כדור הארץ באותו זמן
E18	מומנט התמד I	$10^{38} \times 1.092$ ק"ג·מ"ר	משתנה עם המסה, הצורה וההתפלגות	$10^{38} \times 1.052$ כ- בתרחיש ההומוגני המצומד	כאן $I = kMa^2$, כאשר a הוא הרדיוס המשווני; הגדרת k חייבת להיות עקבית
E19	מחזור הסיבוב	5.5 שעות, מאומץ	$T(t)$ נגזר מאיזון התנע הזוויתי והמבנה	5.77 שעות בשחרור (ריכוז ליבה, $D = 2$)	העברת תנע זוויתי למסלול והתכווצות/התמיינות עשויות לפעול בכיוונים מנוגדים; אסור להניח סיבוב קבוע
E20	מהירות סיבוב מקומית	תלויה במרחק מציר הסיבוב	$v = \omega r$ בכל מקום שיש בו קורטציה	אותה הגדרה (latitude) ביחס לציר באותו רגע	$\varpi = r \cos(\text{latitude})$; בקו רוחב שאינו אפס אסור להציב $v = \omega r$ באופן אוטומטי

E21	ציר הסיבוב	ציר ייחוס התחלתי	עשוי לשנות כיוון דרך חילופי תנע זוויתי	פתוח בפתרון הלא-משווני	הערך הקודם 4.48° הופרד (נדרש לו תיקון של עקביות מערכת הצירים, נספח D); הערכים המתוקנים הם 3.85° (חלקיק בוחן) ו- 3.84° (שתי מסות) — פלטים אלגבריים, לא כיוון סופי מאושר של מערכת דינמית מלאה
E22	תנע זוויתי כולל	כ- 3.466×10^{34} ק"ג·מ"ר/ש'	מעקב וקטורי; נשמר אם אין על המערכת מומנט כוח חיצוני	כולל את הסיבובים של שני הגופים, את מסלולם ואת החומר הנוסף	בדיקת סכום סקלרי אינה נקראת שימור וקטורי מלא
E23	רדיוס הקורוטציה	כ- $15,818$ ק"מ בייחוס של 5.5 שעות	$R_{\text{sync}}(t)$ תלוי במסה ובסיבוב	כ- $16,331$ ק"מ בשחרור ($16,399$ ק"מ בשני גופים)	אלה שני קירובים נפרדים. $17,895.9$ בוטל. קורוטציה אינה הוכחה לניתוק
E24	תוספת תנע זוויתי והחזקה במסלול	תוספת של כ- 15.6% בחשבון הייחוס	תלויה במקור החומר ובקצב ההעברה	כ- 16.5% תוספת וכ- 17.7% מסלולי סופי, חלקיק מבחן, מצומד עם האגס לבדו ($D = 1$); 17.0% מסלולי בשחרור עם $D = 2$ (B.1§)	אסור להשתמש באותו שם לשלושת האחוזים; התנע הזוויתי ההתחלתי של חומר עמוק ושל חומר קליפה אינו בהכרח זהה

טבלת הסביבה, גוש שני: פנים כדור הארץ, סיבוב ותנע זוויתי (E16–E24).

מה גוש זה קובע: הסיבוב ורדיוס הקורוטציה משתנים במהלך הבנייה, בשני הכיוונים; שני ערכי רדיוס הקורוטציה בשחרור ($16,331$ ק"מ לחלקיק מבחן, $16,399$ ק"מ לשתי מסות) הם שני קירובים של מצב אחד; ושלושת האחוזים של E24 מודדים שלושה דברים שונים.

טבלת הסביבה — כבידה משתנה ומקום המדידה

הגוש השלישי עוסק בכבידה, שבתרחיש זה אינה מספר אחד. כאשר מסה עוברת מכדור הארץ לגוף המתפתח, המשיכה בנקודה נתונה משתנה, והיא משתנה באופן שונה מחוץ לכדור הארץ, על פניו, בתוכו ובחיבור בין הגופים. כל שורה מציינת מקום או רכיב אחד וקובעת מה חישוב שם חייב לכלול. המטרה היא למנוע שימוש בערך התקף במקום אחד במקום אחר.

מזהה	רכיב או מקום	מה קורה במהלך הבנייה	מה חייב להיכלל בחישוב	מעמד
E25	כבידת ההורה בנקודה חיצונית קבועה	רכיב המסה המרכזית יורד כאשר מסת ההורה יורדת	$M_E(t)$, המרחק באותו רגע, ותיקוני צורה אם נדרשים	לא נובע אוטומטית שגם הכבידה על פני השטח יורדת
E26	הכבידה על פני כדור הארץ	המסה יורדת, אבל הרדיוס והצורה עשויים להשתנות	מיקום, רדיוס מקומי, התפלגות צפיפות וסיבוב	יש לדווח רכיב ניצב ורכיב משקי, ולא מספר כבידה יחיד לכל כדור הארץ
E27	ארגון הליבה והשדה החיצוני	התפלגות פנימית כדורית אינה משנה את השדה החיצוני באותו מרחק אם המסה קבועה	השפעות התכווצות, אי-כדוריות וסיבוב יש לחשב בנפרד	אין "כבידה נוספת מהליבה" מעל הכבידה של אותה מסה שכבר נספרה
E28	השדה הפנימי	משתנה עם התפלגות המסה וארגון הברזל	פרופיל צפיפות ופוטנציאל פנימי; לחץ לאורך המסלול	אסור להשתמש ב- GM_{total}/r^2 בתוך כדור הארץ כאילו כל המסה נמצאת מתחת לנקודת המדידה
E29	כבידת הגוף המתפתח	תרומתו באותו מרחק גדלה עם מסתו	$m(t)$, רדיוס וצורה; המרחק מהנקודה	גידול המסה כשלעצמו אינו מספיק: גם הרדיוס משתנה
E30	אזור החיבור	המשיכות של שני הגופים פועלות יחד; לחץ וחוזק פועלים בנוסף	סכום וקטורי של השדות, גאומטריית החיבור ותנועת מערכת הצירים	ביטול רכיב כוח בנקודה אחת אינו זהה להיעלמות המאמצים בחיבור רחב
E31	הקליפה החיצונית	נעה על משטח המשתנה ומתעקם	היטל השדה הכולל על המשיק ועל הניצב המקומיים	כבידה שמצמידה אינה אוטומטית כבידה שמניעה סגירה
E32	אנומליית צפיפות Lobe A	בתרחיש עשויה להשתנות במהלך ההזנה והארגון	הפרש הצפיפות ביחס לרקע, עודף/חסר מסה, עומק וצורה	קלט חסר; אסור להוסיפו למודל שכבר כולל את אותה מסה פעמיים
E33	תאוצה צנטריפוגלית	משתנה עם הסיבוב והמרחק מהציר	$\omega(t)^2$, במערכת מסתובבת מוגדרת	אינה שדה כבידה נוסף; כיוונה מהציר, ולא בהכרח רדיאלי ממרכז כדור הארץ
E34	כבידה אפקטיבית	שילוב של כבידה ושל תאוצות מערכת הצירים המוגדרות	בשדה משתנה יש לבדוק גם את תנועת הראשית; בתנועה יחסית — קוריוליס ואוילר לפי הצורך	8.25 מ"ש"מ" היא הערכת ייחוס קודמת במקום מסוים, לא ערך אוניברסלי מאושר לכל שלב

E35	גאות והישרדות	הפרשי המשיכה לרוחב הגוף משתנים עם המרחק והמסות	גרדיאנט השדה, גודל הגוף, צפיפות וחוזק	גבולות הייחוס הקשיח/הנוזלי של כ-10,314/19,971 ק"מ לצפיפות 2,600 אינם פתרון הישרדות לגוף חם
E36	השמש והסביבה המסלולית	עשויה להעביר מומנט כוח ולשנות את המסלול	נכללת או מוזנחת במפורש לפי השאלה והמשך	אסור להניח זניחות לכל שלב רק משום שהזנחה בהערכה קצרה

טבלת הסביבה, גוש שלישי: כבידה משתנה ומקום המדידה (E25–E36).

מה גוש זה קובע: יש לחשב את הכבידה מהתפלגות המסה בפועל במקום וברגע המוצהרים; התאוצה הצנטריפוגלית ושאר תאוצות מערכת הצירים מתווספות רק במערכת מסתובבת מוצהרת; וגבולות רוש של E35 הם מרחקי ייחוס, כאשר ההישרדות מטופלת כדרישה הנפרדת של D.3§.

טבלת הסביבה — חום, חומר, זרימה והחיבור

הגוש הרביעי עובר מהמכניקה למצב החומר: טמפרטורה, חום, לחץ, צפיפות, חומרים נדיפים, צמיגות, הקליפה החיצונית והחיבור, ומה קורה לאחר השחרור. אלה הגדלים שמאמר 3 (*LEF Mechanism in Practice*) זקוק להם כדי לבדוק אם החומר יכול לעלות, אם הקליפה יכולה לשאת את העומס ואם התייעוד על פני השטח יכול להישמר. הגוש רושם את ערכי העבודה שבשימוש, ועמודה אחר עמודה, מה עוד יש לקבע.

מזהה	תחום	התיאור הנדרש	ערך או מצב עבודה	מה נותר להבהיר
E37	טמפרטורה	פנים כדור הארץ, מסלול ההזנה, הקליפה, הגוף והחיבור, כל אחד בנפרד	אין פרופיל מאושר	טמפרטורה, גרדיאנט וזמן; "חם" אינו מספר שאפשר להציב במשוואה
E38	מקורות חום ואובדנים	היפרדות פנימית, זרימה, עיוות, חום כמוס והתקררות	תלוי תרחיש	הספק ומאזן אנרגיה; אסור להניח ליבה גמורה כמקור אם המודל דורש שהיא עדיין מתארגנת
E39	לחץ	לחץ המקור, הלחץ לאורך ההזנה והלחץ בחיבור	לחץ מקור של 150.26 ג'יגה-פסקל ועלות הרמה של 139.78 ג'יגה-פסקל, המותירים 10.49 ג'יגה-פסקל, הם מספרי הייחוס של מאמר 3	אינם מדידות; יש לחשבם מחדש לאחר כל שינוי במבנה/בסיבוב/בגאו מטריה

E40	מצב החומר	מוצק, מותך חלקית, נזל או חומר עם חלי גז	שונה בין אזורים ומשתנה בזמן	שבר ההתכה, ההרכב וחוק המצב; לא כל "חומר חם" הוא אותו חומר
E41	צפיפות החומר העולה	תלויה בלחץ, בטמפרטורה, בהרכב ובגז	1,500 ק"ג/מ"ק מתייחס למצב גוף קל/מורחב מאומץ	אינו מוכיח צפיפות דומה בעומק; משוואת המצב (EOS) בעומק פתוחה
E42	חומרים נדיפים ונקבוביות	מומסים בעומק או משתחררים בהורדת הלחץ	הכמויות וההתפלגות לא נקבעו	זמן היווצרות החללים; הצפיפות הכוללת לאחר הקפאה אינה צפיפות ההזנה העמוקה
E43	ראולוגיה של הגוף ושל פנים כדור הארץ	תגובה צמיגה, אלסטית ופלסטית לפי אזור זמן העמסה	אין פרופיל מאושר	התחום $10^{18}-10^{20}$ פסקל-שנייה הוצע להערכות הישרדות; אינו תוצאה מוכחת
E44	הקליפה הסיאלית	כל העובי נושא מאמץ; החלק החיצוני קר וחזק יותר, הבסיס חם וניע יותר	שכבות רבות של סיאל דחוס שנדד אל פסגת האגס, ועוד חומר שחזר שוב ושוב; עובי הקליפה אינו נקבע; $\rho = 2800$ ק"ג/מ"ק נשמר כקלט ייחוס	חוזק, צמיגות, כפיפה וקריעה
E45	שכבת הממשק	העברת גזירה וקצב תנועה יחסית	העובי והצמיגות פתוחים	יש לקבוע חוק חומר; אסור לספור את אותה התנגדות גם כחיכוך וגם כצמיגות בלי מודל משולב
E47	גאומטריית החיבור	אפשרי אזור רחב, חם, משתנה בשטח ובעובי	$500 - R_c = 1500$ ק"מ מוצע כקלט מבחן; $d_0 \approx 105$ ק"מ, שנקבע בחיפוש מרחק השחרור של מאמר 3 (גרסה קודמת הציעה $d_0 = 20 - 50$ ק"מ כקלטי מבחן בלבד)	אסור לזהות ערכים מוצעים עם מדידה של הצוואר הקדום
E48	כשל החיבור	התעגלות, לחץ, סיבוב וכוחות החיבור נבחנים יחד	ההתעגלות הושלמה לפני השחרור (המחבר, 6.10.2026)	בשחרור הקליפה החיצונית קשיחה ועגולה. אין צורך בצביטה צרה

E49	מהירות ההרמה	קובעת הספק, גזירה ומהירות שחרור	$v_r(t)$ פתוח	אינה נגזרת מזהות הקורטוציה או מגילי הבזלת
E50	תנאי סגירה	אספקה, משיכה, התנגדות ושימור מסה	הקליפה החיצונית עשויה להיסגר לאט; לסגירתה אין תפקיד בסדר הניתוק	יש להראות ניידות, זמן ושימור באותו תחום פרמטרים
E51	שימור פני השטח	תיעוד יכול לעלות עם הקליפה אם הוא שורד את העיוות והחימום	תחזית מותנית	עיוות של 3% וצמיגות של 10^{23} פסקל-שנייה אינם חישוב שימור ששוחזר בסבב האחרון
E52	סביבת ההתקררות החיצונית	קרינה, אטמוספירה אפשרית, אדים ומים לפי התקופה	לא נקבעה	אסור להניח את פני כדור הארץ הנוכחיים או מים נוזליים מוקדמים בלי בסיס; נדרש רק לפתרון התרמי הרלוונטי
E53	לאחר השחרור	אין הזנה עמוקה רציפה מכדור הארץ; הגוף עובר למסלול חופשי	נדרשים תנאי התחלה ממצב C	יש לבדוק את התנע הזוויתי של שני הסיבובים ושל המסלול, מגע חוזר והישרדות; געשיות מאוחרת אינה המשך של ההזנה מפנים כדור הארץ דרך האגס

טבלת הסביבה, גוש רביעי: חום, חומר, זרימה והחיבור (E37–E53).

מה גוש זה קובע: ערכי העבודה המכניים שמאמר 3 משתמש בהם (הלחצים של E39, הקליפה של E44, החיבור של E47), הנקודה הקבועה שהירח קשיח ועגול בשחרור (E48), ורשימה מפורשת של גדלים תרמיים וחומריים שעוד יש לקבוע. הפחיסות וההתעגלות של הגוף התרחשו מוקדם יותר, בעודו מחובר (מאמר 7, *The Poles*).

הכרטיס שילווה כל חישוב

הטבלה שלמעלה הופכת לכלל עבודה: כרטיס קצר שכל חישוב בסדרה מציג לפני התוצאה שלו, כדי שקורא יראה מיד איזה מצב הוא מתאר.

לפני משוואה או טבלת תוצאות, יש לציין: (1) שלב וזמן; (2) נקודת מדידה; (3) מערכת צירים וציר; (4) גרסת התרחיש; (5) מסות ורדיוסים באותו שלב; (6) קלטי חום וחומר; (7) השפעות שהוזנחו; (8) תוצאה ורגישות. אם נתון חסר, החישוב מסומן כמותנה או כנדחה — אסור לשאול ערך מההווה או משלב אחר בלי הצדקה.

הנהלת החשבונות של המסה נכתבת כמשוואה אחת. משוואת ניהול המסה: $M_{\text{total}} = M_E + m_{\text{body}} + M_{\text{transit}} + M_{\text{escaped}}$, לפי גבולות המערכת והמאגרים: כדור הארץ, הגוף המתפתח, החומר שבדרך ביניהם, וכל חומר שאבד מהמערכת. אם נבחרת מערכת סגורה ללא אובדן, או שחומר משויך מעבר לאחד הגופים, יש לציין זאת ולצמצם את האיברים בהתאם. המסה הנכנסת ל-GM חייבת להתאים להגדרת המאגר באותו חישוב.

שדה הכבידה המשולב חייב להיות מחושב מהתפלגות המסה בפועל. קירוב של שתי מסות נקודתיות מותר רק היכן שהוגדר וברמת הדיוק שהוגדרה; אין זה תיאור מלא של פנים כדור הארץ, של החיבור או של אנומליה מקומית. בפירוק לרקע ולאנומליה מוסיפים רק את מסת ההפרש, כך שאף מסה אינה נספרת פעמיים.

עדכון המחבר — מלאי החומרים הנדיפים הקדום והחומר החוזר

עדכון זה מוסיף לטבלה את החומרים הנדיפים — מים, גזים וחומרים אחרים המתאדים בקלות — המשפיעים על הצפיפות, על הזרימה, על ההתקררות ועל החומר החוזר. הוא רושם את התמונה של המחבר ואת ההבחנות שכל חישוב מאוחר יותר חייב לשמור, בלי לחשב כמויות עכשיו.

הנחיה מפורשת מהמחבר: בתרחיש הנבחן, מלאי החומרים הנדיפים הקדום גדול בהרבה מהמלאי שנותר כיום. חומרים נדיפים נמצאים בחומר שממנו נבנית המערכת, כולל החומר העמוק והמאגמה; חלק מהחומרים הנדיפים שעברו עם הגוף המתפתח אבדו לחלל, ובמהלך הניתוק התרחש אובדן נוסף לפי ההשערה. אין כעת בקשה לחשב את הכמויות או את קצבי האובדן.

מזהה נוסף	גודל/הבחנה	טיפול מחייב
E54	מלאי החומרים הנדיפים הקדום	גבוה מהמלאי שנותר כיום לפי הנחת המחבר; אסור להסיק את הכמות ההתחלתית ישירות מדגימות נוכחיות
E55	מיקום החומרים הנדיפים	החומר העמוק, המאגמה, הגוף המתפתח והחומר המושלך כלולים בתיאור; פרופיל ההרכב והכמות בכל מאגר פתוח
E56	מצב החומרים הנדיפים	המחבר אינו מתאר בתחילה מאגר של מים נוזליים. יש להבחין בין רכיב מומס בממס הסיליקטי, פאזה נפרדת, בועות ואדים לפי הלחץ והטמפרטורה; אסור להניח בועות גז בכל עומק
E57	אובדן במהלך ההעברה והניתוק	מסלול אובדן מוצע, לא מכומת. יש להבחין בין יציאה מהממס, יציאה מפני הגוף, שהייה במסלול ובריחה ממערכת כדור הארץ-ירח; התאדות לבדה אינה הוכחה לבריחה
E58	חשבון המסה	אם האובדן אינו זניח, יש להוסיף למאזן מאגר של חומרים נדיפים שאבדו. $10^{24} \times 6.0455$ ק"ג נשאר מסת הייחוס ללא אובדן, ולא הערכה סגורה של כל המסה ההתחלתית בתרחיש עם אובדן
E59	החומר החוזר	המחבר קושר את החומרים הנדיפים ואת הקלת הצפיפות לחומר החוזר ולמכתוש. בשלב זה זוהי טענה לבדיקה; אסור להסיק יכולת מכתוש מצפיפות או מצמיגות בלבד, ואין לפתוח כעת את חישובי מאמר 6

E60	צמיגות לעומת צפיפות	המחבר כתב "צמיגות גבוהה" ו"הקליל את החומר". יש לשמר את דבריו ולהבהיר אם הכוונה למאגמה צמיגה המחזיקה בועות, או לצפיפות נמוכה/זרימה קלה. צמיגות גבוהה אינה שקולה לצפיפות נמוכה. עד שיובהר, לא נקבע קשר סיבתי מספרי
-----	---------------------	--

עדכון המחבר: החומרים הנדיפים והחומר החוזר (E54–E60).

השורות מפרידות בין דברים שקל לערבב: כמה חומר נדיף היה (E54), היכן הוא היה (E55), באיזו צורה (E56), כיצד הוא אבד (E57), כיצד האובדן נכנס לחשבון המסה (E58), וכיצד הוא עשוי להתקשר לחומר החוזר שנחת מאוחר יותר על הירח (E59). E60 מפריד בין שתי תכונות של מאגמה — התנגדות לזרימה וקלילות — שמאגמה עשירה בבוועות יכולה להחזיק בשתייהן בבת אחת, אך הן אינן אותו גודל.

עדכון מצטבר — מחזור החומרים הנדיפים, ההתקררות וציר הזמן

העדכון השני מתאר כיצד המערכת הצעירה התקררה בזמן שנבנתה, ומקבע את סדר האירועים מבנייה פעילה ועד גוף נפרד.

11 בספטמבר 2026. עדכון זה מתווסף לכל התוכן הקודם; הוא אינו מחליף את הטבלאות E01–E60 או את ההבחנות שבהן. המסמך מכיל כעת 70 פריטים. ההתייחסות המוקדמת ל-53 גדלים מתארת את טבלת הבסיס המקורית בלבד.

הבהרת המחבר: בתמונת הסביבה המוצעת, מלאי המים המיוצג כיום בימים ובאוקיינוסים היה, בתחילת התרחיש, במצב מאודה, והמערכת הייתה עשירה בחומרים נדיפים גם בתוך החומר העמוק. מתרחשת תנועה מחזורית: חומר עשיר בחומרים נדיפים עולה, מתקרר, וחלקו חוזר מטה, מתחמם ועולה שוב — בדומה לסיר מרק על כיריים, שבו פני השטח פולטים חום בעוד הפנים ממשיך להתהפך. לפי ההשערה, המחזור מסייע להתקררות פני השטח החיצוניים ולשימור התיעוד, בעוד הפנים נשאר חם וניע.

מעמד: זהו תיאור התרחיש שהמחבר מבקש לבחון. אין בו קביעה כמותית מאומתת של מלאי המים הקדום, של מצב החומרים הנדיפים בכל עומק, של משך הבנייה או של יכולת ההתקררות. ההבחנה הקודמת בין הנחה, תוצאה ונתון נשמרת. אסור להחליף את חלון 600 מיליון השנים בזמן קצר אחר בלי החלטה, ואסור להציגו כמשך סגירה מדוד.

הטבלה הבאה מכניסה את המחזור לתמונת הסביבה שורה אחר שורה: המים בהתחלה (E61), המחזור עצמו (E62–E64), השפעתו על הקליפה (E65), חלון הזמן (E66), ודעיכת ההשלכות החוצה, סיומן ברגע הניתוק והקשר שלהן להזנה הפנימית (E67–E70).

מזהה נוסף	תחום	מה נכנס לתמונת הסביבה	הגדרה ומעמד לחישובים
E61	מלאי המים בתחילת התרחיש	לפי המחבר, המים המיוצגים כיום בימים ובאוקיינוסים היו אז מאודים	הנחת תרחיש; חלוקת המלאי הקדום בין האטמוספירה, המאגמה והמאגר העמוק פתוחה. אסור להשתמש אוטומטית בכמות המים הנוכחית כריכוז קדום בכל החומר

E62	מחזור התנועה וההתקררות	עליית חומר עשיר בחומרים נדיפים, התקררות, חזרה וחימום מחדש	מנגנון הסעה מוצע. יש להגדיר איזה חומר חוזר ובאיזו פאזה; אין הוא אוטומטית אותו חומר חוזר בליסטי שיוצר מכתשים
E63	עיבוי וחזרת חומר	חלק מהחומר עשוי להתעבות כאשר הוא מגיע לתנאים מתאימים ולחזור מטה	אפשרות בתוך המחזור, לא הנחה שכל החומר חוזר כגשם נוזלי או שכל האטמוספירה מתעבה באותו שלב
E64	יציאת החום	החום מועבר דרך האטמוספירה ולבסוף נפלט בקרינה לחלל	המסלול המבוקש במודל. קצב איבוד החום נטו פתוח; הסעה פנימית אינה כשלעצמה איבוד אנרגיה מהמערכת
E65	התקררות הקליפה ושימור	המחזור עשוי לסייע לחלק החיצוני להתקרר ולהתקשות בעוד הבסיס נשאר חם וניע	תחזית מותנית התלויה במאזן התרמי, בזמן ההעמסה ובראולוגיה. אסור להכריז ששימור התייעוד הוכח מעצם קיום המחזור
E66	חלון ההתקררות	כ-600 מיליון שנה בתרחיש של המחבר	"600 שנה" הובהר בהקשר השיחה כ-600 מיליון שנה. זהו חלון לבדיקה, לא הפרש גילים בין קרום לבזלת המוכיח משך בנייה
E67	דעיכת ההשלכות	ההשלכות אינן נפסקות כל עוד הירח מחובר לכדור הארץ וללחץ הפנימי שלו; הן מתמעטות ככל שהאגס גדל והירח מתרחק ממרכז כדור הארץ, אבל אינן נפסקות	קשר סיבתי מוצע; עדיין אין חוק כמותי לקצב ההשלכה
E68	חפיפת תהליכים	השלכה החוצה ועליית הכיפה מתרחשות במקביל במשך חלק מתקופת הבנייה	יש לעקוב בנפרד אחר קצב ההשלכה ואחר קצב העלייה; אסור להניח שהעלייה מתחילה רק לאחר שההשלכות מסתיימות
E69	סיום ההשלכות	ברגע הניתוק הירח מנותק מהלחץ הפנימי של כדור הארץ, וההשלכות נפסקות	הסדר בתרחיש של המחבר: השלכות, הולכות ומתמעטות, כל עוד הירח מחובר; סיומן ברגע הניתוק

E70	הפרדה בין השלכה להזנה	הפסקת ההשלכה החוצה אינה קביעה שכל העברת החומר מבפנים אל הגוף הסתיימה באותו רגע	יש להגדיר שלושה קצבים נפרדים: הזנה פנימית, השלכה החוצה ועליית הקליפה. הזמן שבו ההזנה הפנימית נפסקת אינו נקבע בעדכון זה
-----	-----------------------	--	--

עדכון מצטבר: מחזור החומרים הנדיפים, ההתקררות וסדר האירועים (E61–E70).

ציר זמן לתיאור — ללא זמני ביניים מומצאים

ציר הזמן מסדר את השלבים בלי לייחס תאריכים לצעדי הביניים, משום שתאריכים אלה לא חושבו. קראו כל שורה לרוחבה: היא נותנת, עבור שלב אחד, את מצב ההשלכות החוצה, של החיבור ושל החום. קראו עמודה מלמעלה למטה כדי לעקוב אחר תהליך אחד מתחילתו ועד סופו: ההשלכות מתמעטות ככל שהאגס גדל אבל נמשכות כל עוד הגוף מחובר, ונפסקות ברגע הניתוק.

שלב	השלכות החוצה	החיבור	מצב תרמי לפי התרחיש
A — בנייה פעילה	קיימות	הגוף מחובר	מערכת חמה ועשירה בחומרים נדיפים; מחזור תנועה והתקררות דרך האטמוספירה
B — האגס גדל	מתמעטות ככל שהאגס גדל והירח מתרחק ממרכז כדור הארץ, אבל אינן נפסקות	הגוף עדיין מחובר	ההתקררות נמשכת; הקצב פתוח
C — סמוך לשחרור	עדיין קיימות, בקצב נמוך יותר	הגוף עדיין מחובר	נדרשת ניידות מספקת למרות ההתקררות; אין הנחה שכל המערכת קפאה
D — הניתוק	נפסקות: הירח מנותק מהלחץ הפנימי של כדור הארץ	הניתוק מתרחש בזמן שטרם חושב	ההתעגלות הושלמה לפני השחרור, לפי E48
E — גוף נפרד	אין הזנה עמוקה רציפה מכדור הארץ	הגוף נפרד	הגעשיות הירחית המאוחרת וההתקררות הנוספת הן תהליכים נפרדים, ואינן סותרות את סיום ההשלכות ברגע הניתוק

ציר הזמן: מבנייה פעילה ועד גוף נפרד, ללא תאריכי ביניים.

כיצד העדכון מתחבר לטבלאות הקודמות

הרשימה שלהלן קושרת את העדכון בחזרה לשורות שהוא נוגע בהן, כך שקורא העוקב אחר גודל כלשהו יוכל למצוא כל מקום שבו הוא מופיע.

- E01–E02: חלון התרחיש והתקופה נשמרים בנפרד מזמני שלבים שטרם נקבעו.
- E37–E38 ו-E52: מחזור החומרים הנדיפים ומסלול איבוד החום נוספו לתיאור התרמי; ערכי הטמפרטורה וההספק עדיין פתוחים.

- E42 ו-E54-E58: המלאי, הפאזה, השחרור והבריחה נשארים גדלים נפרדים; אסור להמיר חומרים נדיפים מומסים לאדים חופשיים בכל עומק.
 - E44-E46 ו-E50-E51: נשמרים המבנה המדורג של כל עובי הקליפה, הניידות ושימור התייעוד. הצעת מחזור ההתקררות אינה מבטלת את דרישת המבחן המכני.
 - E48 ו-E53: ההתעגלות מושלמת לפני השחרור, וכך גם ההבחנה בין גוף מחובר לבין גוף במסלול לאחר השחרור.
 - E60: שאלת הצמיגות לעומת הצפיפות לא נמחקה ולא נפתרה אוטומטית על ידי הבהרת מחזור האדים.
- לבחינה עתידית, בלי לפתוח חישוב עכשיו:** שטף החום דרך האטמוספירה; החום הכמוס בהתאדות ובעיבוי; השפעת האטמוספירה על יציאת הקרינה; מאזן המים והחומרים הנדיפים בין המאגרים; עקביות בין ההתקררות, משך הפעילות, ניידות הקליפה ושימור התייעוד. אין כאן קביעה שאטמוספרת אדים בהכרח מאיצה את ההתקררות בכל התנאים.